DIE NATURWISSENSCHAFTEN

Zwölfter Jahrgang. 11. Januar 1924. Heft 2.

Theoretische Betrachtungen über die Beziehungen der Mitscherlichschen Produktionskurve und des Weber-Fechnerschen Gesetzes zum Massenwirkungsgesetz.

Von Heinrich Walter, Heidelberg.

Während noch vor kurzem die Pflanzenphysiologie sich vielfach auf die Feststellung von Tatsachen und auf die rein qualitative Erfassung von Gesetzmäßigkeiten beschränkte, macht sich in letzter Zeit immer mehr das Bedürfnis fühlbar, streng messend vorzugehen, d. h. die quantitativen Beziehungen zwischen Ursache und Wirkung klarzulegen. Zu diesen quantitativen Gesetzen gehört z. B. das Reizmengengesetz, das vor kurzem in dieser Zeitschrift bereits behandelt worden ist (*Rawitscher* 1923). Wir wollen jetzt zwei andere Gesetzmäßigkeiten besprechen: 1. die quantitativen Beziehungen, die zwischen den Wachstumsfaktoren und dem Ernteertrag bestehen, welche in der Mitscherlichschen Produktionskurve ihren Ausdruck finden, und 2. daran anschließend das Weber-Fechnersche Gesetz, das in seiner neuen durch *Pütter* gegebenen Fassung dieselben quantitativen Beziehungen für Reizgröße und Reizreaktion oder Erregung aufstellt. Während aber das Reizmengengesetz vom Standpunkt des Physikers oder Chemikers eigentlich ganz selbstverständlich ist, lassen sich die beiden anderen genannten Gesetzmäßigkeiten nicht so leicht auf physikalisch-chemische Vorgänge zurückführen und namentlich im Weber-Fechnerschen Gesetz glaubte man etwas für die Lebensvorgänge Charakteristisches gefunden zu haben. Es wird im folgenden unsere Aufgabe sein, zu zeigen, daß dieses nicht der Fall ist, daß auch diese Gesetzmäßigkeiten prinzipiell auf das Massenwirkungsgesetz zurückgeführt werden können.

I. *Die Produktionskurve.*

Zum normalen Gedeihen einer Pflanze müssen bekanntlich eine ganze Reihe von Bedingungen erfüllt sein, teils physikalischer Natur wie Licht, Temperatur usw., teils chemischer wie die zum Aufbau der Pflanze notwendigen Nährstoffe. Diese verschiedenen Bedingungen bezeichnen wir als Wachstumsfaktoren. Wir können sie entweder beliebig ändern — äußere Wachstumsfaktoren — oder aber sie sind unabhängig von uns durch die Konstitution der Pflanze selbst bedingt — innere Wachstumsfaktoren. Wir werden im Folgenden hauptsächlich immer die chemischen Wachstumsfaktoren, d. h. die verschiedenen Nährstoffe berücksichtigen.

Von der Menge der im Boden der Pflanze zur Verfügung stehenden Nährstoffe hängt zum größten Teil die Höhe des Pflanzenertrages ab. *Justus v. Liebig* hatte diese Beziehungen folgendermaßen zusammengefaßt: „Der Pflanzenertrag richtet sich nach demjenigen Vegetationsfaktor, welcher verhältnismäßig am meisten im Minimum ist.“ Dieser Satz ist das Liebigsche Minimumgesetz. Stehen also der Pflanze alle Wachstumsfaktoren in genügender Menge zur Verfügung bis auf einen, z. B. die Stickstoffmenge, so wird der Ertrag von diesem einen Minimumfaktor bestimmt werden — es ist der begrenzende Faktor im Sinne *Blackmans*. Steigert man diesen Faktor, d. h. düngt man in unserem Falle die Pflanze mit Stickstoff, so wird auch der Ertrag steigen. Es fragt sich aber, in was für einem Verhältnis? *Paul Wagner* nahm an, daß diese Ertragsteigerung proportional dem Minimumfaktor sein wird so lange, bis ein anderer Faktor ins Minimum gerät. Ist dieser Punkt erreicht, so wird eine weitere Steigerung des ersten Faktors ohne Einfluß bleiben. Stellen wir diese Verhältnisse graphisch in Form einer Produktionskurve dar, indem wir auf der Abszisse die Menge eines Wachstumfaktors, z. B. die Stickstoffmenge, und auf der Ordinate die entsprechenden Erträge auftragen, so müssen wir eine Kurve erhalten, die, sobald ein anderer Faktor ins Minimum gerät, unter scharfem Knick in die horizontale Lage übergeht, da weitere Stickstoffgaben keine Ertragsteigerung hervorrufen können. (Vergl. Fig. 2 Kurve $K = 0$.)

Die von *Mitscherlich* ausgeführten Versuche haben nun gezeigt, daß diese von *Blackman* angenommene Kurvenform nicht stimmt. Steigert man die Stickstoffmenge im Boden immer um dieselbe Größe, so wird die Ertragsteigerung nicht gleich bleiben, sondern mit jeder weiteren Stickstoffgabe immer geringer werden, bis schließlich ein Höchstertrag erreicht ist. Die Kurve hat also keinen Knick, sondern nähert sich asymptotisch der Horizontalen. Die durch eine bestimmte kleine Stickstoffgabe erzielte Ertragsteigerung wird um so kleiner sein, je mehr sich der Ertrag dem Höchstertrage nähert. Um nun die Kurve mathematisch fassen zu können, nahm *Mitscherlich* an, daß diese kleine Ertragsteigerung proportional dem am Höchstertrage A noch

fehlenden Ertrage ist. Bezeichnen wir die Menge des Wachstumsfaktors mit x, den entsprechenden jeweiligen Ertrag mit y, so wird, nach der Mitscherlichschen Annahme, die relative Ertragsteigerung $\frac{dy}{dx} = k\,(A - y)$ sein, wo k eine Konstante ist. Durch Integration dieser Differentialgleichung erhält man $\lg(A - y) = C - c\,x$, wo C und c wiederum Konstanten sind, und da bei $x = 0$ auch $y = 0$ sein muß, so sieht man, daß $C = \lg A$ ist. Man kann also die Gleichung in endgültiger Form so schreiben:

$$\lg(A - y) = \lg A - c\,x.$$

Die Formel läßt sich sehr leicht graphisch darstellen, wenn wir den Höchstertrag kennen und diejenige Gabe des Wachstumsfaktors x, bei der 50 % des Höchstertrages erreicht werden. Dieser Ertrag ist dann gleich dem am Höchstertrage noch fehlenden Rest. Gibt man jetzt nochmals die Menge x hinzu, so wird eine Ertragsteigerung eintreten, die wiederum gleich dem am Höchstertrage noch fehlenden Rest sein wird, d. h. = 25 %. Der ganze Ertrag beträgt dann 75 %, so daß 25 % noch bis zum Höchstertrage fehlen. Bei einer weiteren x-Gabe beträgt dann die Ertragsteigerung die Hälfte von diesen 25 %, d. h. 12,5 % usw. Auf diese Weise können wir leicht eine Reihe von Punkten auftragen: $x = 1$, $y =$ 50 %; $x = 2$, $y = 75$ %; $x = 3$, $y = 87{,}5$; $x = 4$, $y = 93{,}75$ usw. Die experimentelle Nachprüfung dieser Formel ergab in den verschiedensten Fällen eine genügende Übereinstimmung der gefundenen mit den berechneten Werten. Wir sehen also, daß zwischen der gebotenen Nährstoffmenge und der erhaltenen Ertraggröße eine logarithmische Abhängigkeit besteht oder eine, die einer solchen nahe kommt. Da in der Gleichung außerdem nichts von anderen Faktoren ausgesagt ist, so sehen wir, daß die Gesetzmäßigkeit Gültigkeit haben muß unabhängig davon, ob der betreffende Wachstumsfaktor sich im Minimum befindet oder nicht. Insofern steht die Mitscherlichsche Produktionskurve in einem gewissen Gegensatze zum Minimumgesetz; trotzdem ist es aber, wie wir noch sehen werden, richtiger, in ihr, wie es auch *Pfeiffer* und *Rippel* tun, nur eine exaktere Weiterbildung des Minimumgesetzes zu sehen.

Der raschere oder langsamere Anstieg der Kurve wird hauptsächlich durch die Konstante c, den Wirkungswert des Wachstumsfaktors x, bestimmt. Dieser Wert c soll nach *Mitscherlich* für jeden Wachstumsfaktor unabhängig von den inneren Wachstumsfaktoren, also der Versuchspflanze überhaupt, und ungeachtet der Witterungsverhältnisse oder irgendwelcher anderer Umstände konstant sein. Er würde uns also eine exakte Bewertung eines jeden Düngemittels erlauben, die für alle Kulturpflanzen Gültigkeit hätte. *Mitscherlich* und *Baule* haben diese Schlußfolgerung zuerst auf Grund von theoretischen Überlegungen aus ihrer Gleichung gezogen und versucht, das vorhandene Tatsachenmaterial ebenfalls in diesem Sinne auszulegen. Es darf aber nicht vergessen werden, daß die Produktionskurve eine empirische Kurve ist, man also auch keine theoretischen Schlußfolgerungen aus ihr ziehen darf. *Rippel* hat in seiner Arbeit (1922) diese Frage eingehend behandelt und kommt zu dem Schluß, daß das vorliegende Beobachtungsmaterial noch keine Entscheidung erlaubt, da auch eine Reihe von Tatsachen gegen die Konstanz des Wirkungswertes spricht. So soll z. B. mit abnehmender Wassergabe der Wirkungswert des Stickstoffes steigen[1]). Ich will auf diese Frage hier nicht näher eingehen, vielmehr mich einer anderen zuwenden — wie kommt die logarithmische Form der Produktionskurve zustande?

Rippel, der diese Frage ebenfalls behandelt hat, kommt zu keinem eindeutigen Ergebnis. Er neigt zu der Annahme, daß primär zwischen dem Ertrage und der Nährstoffmenge Proportionalität besteht, daß aber durch verschiedene sekundäre hemmende Faktoren, wie osmotische Wirkungen, Ansammlung von Stoffwechselprodukten usw., die Krümmung bedingt wird, und so eine logarithmische Kurve zustande kommt. Immerhin erwähnt er die Möglichkeit, daß die primäre Kurve von vornherein gekrümmt sein könnte. Diese Annahme scheint mir die wahrscheinlichere zu sein.

Die Stoffwechselvorgänge in der Pflanze sind chemische Vorgänge, die eine Kette von chemischen Gleichgewichten bilden. Als Grundprinzip der Produktionskurve ist deshalb das chemische Gleichgewicht oder das Massenwirkungsgesetz anzusehen, und es fragt sich nun, ob dieses Gesetz im komplizierten Stoffwechselvorgang der Pflanze noch rein zum Vorschein kommt oder durch sekundäre Faktoren bis zur Unkenntlichkeit verdeckt wird.

Um eine Entscheidung in dieser Frage fällen zu können, müssen wir zuvor einen genauen Vergleich der Produktionskurve mit einem chemischen Gleichgewicht durchführen, und sehen, in welchen Punkten sich ein Unterschied zeigen wird. Wir wenden uns deshalb zunächst dem Massenwirkungsgesetz zu.

II. Das Massenwirkungsgesetz.

Als Beispiel nehmen wir die Bildung des Esters aus Äthylalkohol und Essigsäure:

$$\underset{c_1}{CH_3COOH} + \underset{c_2}{C_2H_5OH} \leftrightarrows \underset{c_3}{CH_3COO \cdot C_2H_5} + \underset{c_4}{H_2O}$$

Wir haben ein reversibles Gleichgewicht vor uns. Wenn c_1, c_2, c_3 und c_4 die entsprechenden Konzentrationen der reagierenden und gebildeten Verbindungen sind, so gilt nach dem Massenwirkungsgesetz, daß $\frac{c_1 \times c_2}{c_3 \times c_4} =$ konst. ist. In unserem Falle ist die Konstante gleich ¼, d. h. nimmt man 3 Mol. Säure und 3 Mol. Alkohol, so wird sich das Gleichgewicht so einstellen, daß je

[1]) Vgl. dazu die Erwiderung *Mitscherlichs* (Landwirtsch. Jahrb. 58, 601. 1923).

1 Mol. Säure und Alkohol verbleiben und je 2 Mol. Ester und Wasser gebildet werden, dann ist $\frac{1 \times 1}{2 \times 2} = 1/4$. Uns interessiert hier aber hauptsächlich eine andere Frage. Wenn wir von einer konstanten Alkoholmenge ausgehen und die Säuremenge variieren, was für Beziehungen bestehen dann zwischen der gebildeten Estermenge und der zugesetzten Säuremenge?

Nehmen wir der Einfachheit halber *100 Mol.* Alkohol und fügen wir x Mol. Säure hinzu. Ein Teil der Säure wird mit dem Alkohol reagieren und je y Mol. Ester und Wasser geben. Nachdem das Gleichgewicht sich eingestellt hat, werden also $(x - y)$ Mol. Säure und $(100 - y)$ Mol. Alkohol verbleiben. Da außerdem $c_3 = c_4 = y$ ist, so erhalten wir die Gleichung:

$$\frac{(x-y)(100-y)}{y^2} = \frac{1}{4} \text{ oder } x = \frac{y^2}{4(100-y)} + y$$

Wir haben eine Gleichung zweiten Grades vor uns, und zwar eine Hyperbel. Da es leichter ist, x nach y zu bestimmen, als umgekehrt, so wollen wir einige Werte von x ausrechnen, d. h. feststellen, was für eine Säuremenge man nehmen

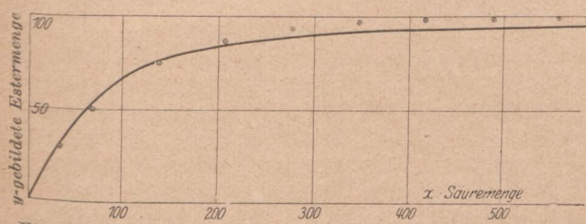


Fig. 1. Abhängigkeit der gebildeten Essigestermenge von der zugesetzten Säuremenge. ⊙-Verlauf der entsprechenden logarithmischen Kurve.

muß, um bestimmte Estermengen zu erhalten. Die größte Estermenge werden wir vor uns haben, wenn aller Alkohol verbraucht ist, sie wird also $= 100$ sein. x muß in diesem Falle ∞ sein. Ist dagegen $x = 0$, so muß auch $y = 0$ sein, was ebenfalls klar ist. Die zwischen diesen Endwerten liegenden Werte kann man aus folgender Tabelle ersehen:

y	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
x	0	10,28	21,25	33,21	46,68	62,5	82,5	110,9	160	292,5	∞

Tragen wir diese Werte graphisch auf, so bekommen wir eine Kurve, die zuerst rasch, dann langsamer ansteigt und schließlich sich asymptotisch der Horizontalen nähert und deren Ähnlichkeit mit der Mitscherlichschen Produktionskurve sofort auffällt (s. Fig. 1). Tatsächlich genügen unsere x- und y-Werte ziemlich gut einer Mitscherlichschen Gleichung $\lg(100 - y) = \lg 100 - 0{,}004\,65\, x$. Der Höchstbetrag ist ja in unserem Falle gleich 100 zu setzen und für c müssen wir einen passenden Wert finden, der ungefähr $= 0{,}004\,65$ ist.

Nach dieser Formel berechnet, würden wir für die y-Werte folgende x-Werte erhalten:

y	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
x	0	9,85	20,8	33,3	47,6	65	85,5	112,5	150	215	∞

Um leichter die nach beiden Formeln gefundenen Werte vergleichen zu können, sind sie zusammen auf Fig. 1 eingetragen, wobei die ⊙-Punkte die Werte nach der zweiten Berechnung bedeuten. Man sieht, daß erhebliche Abweichungen nur bei den höheren Werten stattfinden, indem die logarithmische Kurve sich rascher dem Höchstwert

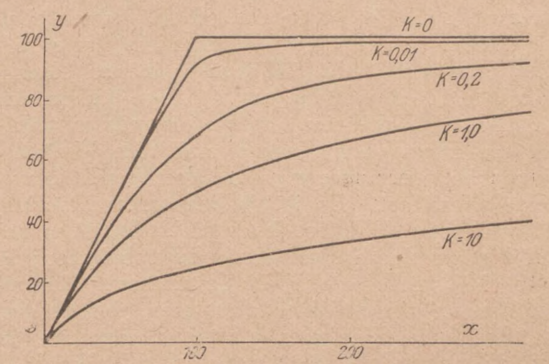


Fig. 2. Kurven für bimolekulare Reaktionen nach der Gleichung $\frac{(x-y)\;(100-y)}{y^2} = K$ bei verschiedenen Werten von K.

nähert. Immerhin sind die Abweichungen nur so gering, daß sie innerhalb der Versuchsfehler liegen dürften und ein und dieselbe empirisch gefundene Zahlenreihe stets sowohl der einen wie auch der anderen Gleichung genügen wird, wie wir es im nächsten Abschnitt auch sehen werden.

Wir haben ganz willkürlich ein chemisches Gleichgewicht mit einer Gleichgewichtskonstante $= 1/4$ und eine bimolekulare Reaktion genommen. Es fragt sich, wie werden sich die Kurven bei anderen Konstanten und Reaktionen anderer Ordnung ändern. Fig. 2 gibt die Kurven für ver-

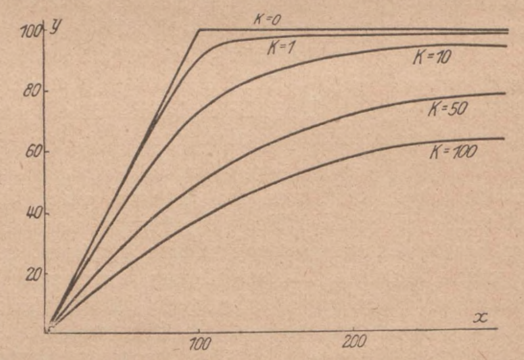


Fig. 3. Kurven für verschiedene monomolekulare Reaktionen nach der Gleichung $\frac{(x-y)\;(100-y)}{y} = K$ bei verschiedenen Werten von K.

schiedene bimolekulare Reaktionen und Fig. 3 für monomolekulare Reaktionen wieder. Es handelt sich in beiden Fällen um Hyperbeln und man kann für eine jede Hyperbel einer bimolekularen Reaktion eine fast identische einer monomolekularen Reaktion finden; nur werden in letzterem Falle die Konstanten größer sein. Was nun den Einfluß der Gleichgewichtskonstanten anbelangt,

so bemerkt man, daß in beiden Fällen mit Verringerung der Konstanten die Ausbeulung der Kurven zur Ordinatenachse immer größer wird, um schließlich bei einer Konstanten $= 0$, wobei die Reaktion irreversibel wird und vollständig nach rechts verläuft, zu einer Geraden zu werden, die unter einem Knick direkt in die horizontale Lage übergeht, d. h. wir haben in diesem Falle die Verhältnisse, wie sie *Blackman* annimmt. Gehen wir zu Reaktionen höherer Ordnungen über, so bekommen wir keine Hyperbeln mehr, immerhin bleiben die Form der Kurven und die Veränderungen bei Verringerung der Gleichgewichtskonstante dieselben. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß wir es bei Pflanzen hauptsächlich mit mono- und bimolekularen Reaktionen zu tun haben; in dieser Hinsicht sei auf die interessante Zusammenfassung von *Wieland* verwiesen, der gezeigt hat, daß auch die kompliziertesten Prozesse in der Pflanze alle auf 2 reversible Vorgänge — Hydratation (Wasseranlagerung) resp. Dehydration einerseits und Hydrierung (= Reduktion) und Dehydrierung (= Oxydation) andererseits zurückgeführt werden können.

III. Läßt sich die Form der Produktionskurve auf Grund des Massenwirkungsgesetzes erklären?

Wir sahen, daß die auf Grund des Massenwirkungsgesetzes geforderte Hyperbel sich nur sehr wenig der Form nach von der Produktionskurve unterscheidet. Ein Beispiel soll zeigen, daß tatsächlich die von *Mitscherlich* empirisch gefundenen Werte ebensogut einer Hyperbel genügen können. Ich greife willkürlich einen Versuch — Düngung von Hafer mit einbasischem phosphorsaurem Kalke — heraus. Die Zahlen lauten[2]):

Gramm Düngemittel:	0	0,05	0,10	0,20	0,30	0,50	2,0
Ernte in Gramm:	9	19,3	27,2	41,0	43,9	54,9	61,0
Erntesteigerung:	0	10,3	18,2	32,0	34,9	45,9	52,0

Mitscherlich legt der Abhängigkeit der Ernte von der Düngemittelmenge die Gleichung

$$\log (57 - y) = 1{,}6812 - 2{,}1\, x \quad . \; . \; . \; . \; \mathrm{I}$$

zugrunde. Will man nun eine Formel einer bimolekularen reversiblen Reaktion finden, der dieselben empirisch gefundenen Werte genügen, so muß man folgende Umrechnungen vornehmen: 1. bei dem chemischen Gleichgewicht ist bei $x = 0$ auch $y = 0$; wir müssen deshalb für unsere Berechnung nicht die Zahlen der absoluten Ernte zugrunde legen, sondern diejenigen der Erntesteigerung (vgl. die Tabelle und Fig. 4). 2. wird beim chemischen Gleichgewicht x und y mit demselben Maß gemessen, nämlich in Mol, wobei jedes Mol Ester auch ein Mol Essigsäure gebunden enthält. Bei den Mitscherlichschen Zahlen hingegen bedeutet: x — Gramm Düngemittel und y — Gramm Trockensubstanz. Da aber die Phosphorsäure, auf die es ja in diesem Versuche ankommt, im Düngemittel einen sehr viel größeren Teil ausmacht als in der Trockensubstanz, so sind die Zahlen für x zu gering und müssen mit einem bestimmten Koeffizienten multipliziert werden. Man müßte eigentlich für x und y die Menge der gegebenen und geernteten Phosphorsäure nehmen, da aber Analysen bei den Mitscherlichschen Versuchen nicht vorliegen, so mußte dieser Koeffizient ziemlich willkürlich gewählt werden. Setzt man nun noch die Höchstertragsteigerung $= 55$, d. h. etwas höher als die beobachtete, da sie ja nur bei $x = \infty$ theoretisch erhalten werden kann, so genügen die gefundenen Werte ziemlich gut einer Gleichung:

$$\frac{(240\, x - y)\,(55 - y)}{y^2} = \frac{1}{2} \quad . \; . \; . \; . \; \mathrm{II}$$

Der Koeffizient 240 bei x ist seiner Größenordnung nach jedenfalls richtig, denn der Phosphorgehalt (P_2O_5) des Düngemittels beträgt etwa

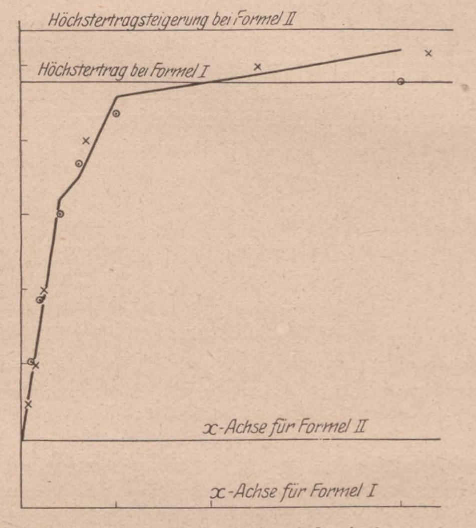


Fig 4. Düngung von Hafer mit einbasischem phosphorsaurem Kalk. Die Kurve gibt die empirisch von *Mitscherlich* gefundenen Werte wieder.

⊙ Verlauf der Kurve nach Formel I: $\log (57 - y) = 1{,}6812 - 2{,}1\, x$. × Verlauf der Kurve nach Formel II: $\frac{(240\, x - y)\;(55 - y)}{y^2} = \frac{1}{2}$

55 %, der Trockensubstanz dagegen, wenn man z. B. Stroh nimmt, etwa ¼ %. Für die Gleichgewichtskonstante wurde natürlich derjenige Wert genommen, der die beste Übereinstimmung zeigte, da wir ja keine anderen Anhaltspunkte haben.

Auf Fig. 4 sind nun die verschiedenen empirisch gefundenen und die nach der Mitscherlichschen Formel I und nach der Formel II berechneten Werte eingetragen, und man sieht, daß in diesem Falle, was zweifellos auf Zufall beruht, die Werte nach Formel II sogar eine bessere Übereinstimmung zeigen als nach Formel I.

Ein anderes, bei *Baule* angeführtes Beispiel (Düngung mit Thomasmehl) ergab eine gleich gute Übereinstimmung. Weitere Umrechnungen

[2]) S. *Mitscherlich* 1922, S. 75.

wurden nicht ausgeführt, da ihnen zu viel Willkür anhaftet. Worauf es uns ankam — zu zeigen, daß die Produktionskurve innerhalb der Versuchsfehler denselben Verlauf zeigt wie die Kurve von einem Gleichgewicht —, geht m. E. aus den angeführten Beispielen deutlich hervor. Betonen will ich hier noch, daß damit nichts gegen die Mitscherlichsche Produktionskurve gesagt sein soll. Sie zeigt innerhalb der Versuchsfehler eine gute Übereinstimmung mit den empirisch gewonnenen Zahlen, und die Berechnung nach ihr ist um so vieles einfacher, daß für die Praxis wohl nur sie allein in Frage kommt. Theoretisch dagegen wird die Zurückführung der Produktionskurve auf ein chemisches Gleichgewicht besonderes Interesse haben, wenn es gelingen wird, exakt nachzuweisen, daß tatsächlich den Stoffwechselvorgängen bestimmte chemische Gleichgewichte zugrunde liegen. Vorerst müssen wir uns begnügen, die Tatsachen zusammenzustellen, die dafür sprechen.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß wir die Produktionskurve von einer schematischen bimolekularen Reaktion ableiten können, welche das Aussehen hat:

Variabler Wachstumsfaktor + konstante Faktoren
$\rightleftarrows$ Ertrag + Stoffwechselprodukte,

wobei die Stoffwechselprodukte, die nicht in der Ernte enthalten sind, ungefähr proportional der Ernte sein müssen, was vielleicht für die Atmungsprodukte stimmen könnte. Aber ein prinzipieller Unterschied gegenüber unserem Esterbeispiel besteht doch. Während wir es vorher mit einem reversiblen Gleichgewicht zu tun hatten, handelt es sich bei der Ernte um gänzlich irreversible Vorgänge, und wir werden uns die Frage vorlegen müssen, ob nicht die ganze Ähnlichkeit nur eine bloße Analogie ist und es sich doch um zwei Vorgänge handelt, die nicht miteinander vergleichbar sind. Vorher wollen wir aber noch etwas genauer auf die Analogie eingehen, da wir dadurch ein leichteres Verständnis für verschiedene Fragen gewinnen können.

Vergleichen wir die schematische Ertragsgleichung mit der früheren Gleichung für die Esterbildung, so sehen wir, daß der Ertrag der gebildeten Estermenge entspricht, der variable Faktor der zugesetzten Säuremenge und die konstanten Faktoren der konstant gehaltenen Alkoholmenge. Ebenso wie letztere die Höchstmenge des Esters bedingt, so wird auch dort der Höchstertrag durch die konstanten Wachstumsfaktoren bestimmt. Je mehr Alkohol wir nehmen, desto mehr Ester können wir gewinnen. Bei der Pflanze ist es anders. Wenn wir noch so günstige Bedingungen schaffen, so können wir den Höchstertrag nicht unbeschränkt steigern, sondern werden ein absolutes Maximum erreichen. Dieses wird eben durch die Faktoren bedingt, die wir nicht willkürlich steigern können — durch die inneren Faktoren, die durch den ganzen Bau der Pflanze bedingt werden. Nehmen wir aber Pflanzen, bei denen diese den Ertrag nicht begrenzen können, z. B. eine Schimmelpilz- oder Bakterienkultur, und sorgen wir für eine unbegrenzte Nährstoffmenge, indem wir immer wieder neue Nährstoffe zuführen und die Stoffwechselprodukte entfernen, so werden wir theoretisch niemals eine Maximalernte erreichen. Es ist ja auch bereits berechnet worden, in welcher Zeit wir unter solchen günstigen Bedingungen aus einer Bakterienzelle eine Masse erhalten könnten, die unsere Erde an Volumen überträfe[3]).

Gleichzeitig werden wir uns aus der Analogie der Gleichungen vorstellen können, daß die allmähliche Abnahme der Ertragsteigerung bei größeren Düngemittelmengen, d. h. die Abflachung der Produktionskurve dadurch zustande kommt, daß die Ausnützung des Wachstumsfaktors immer schlechter wird. Wenn ein Faktor im Minimum ist und wir durch Steigerung eines anderen trotzdem eine kleine Ertragsteigerung erreichen können, so muß man annehmen, daß der erste Faktor doch nicht vollständig ausgenützt war und wir durch Steigerung des zweiten nur dessen Ausnützung verbessert haben. Eine Vertretung des einen Wachstumsfaktors durch den anderen im eigentlichen Sinne kommt dabei nicht in Frage. Kehren wir, um es klarer zu machen, zu unserem Beispiel zurück. 100 Mol Alkohol mit 10,28 Mol Säure gaben 10 Mol Ester. Es verbleiben also 0,28 Mol Säure unausgenützt. Steigern wir die Alkoholmenge auf 200 Mol, so werden wir noch etwa die Hälfte von der Säurerestmenge in Ester überführen können, also eine „Ertragsteigerung“ bekommen. Sehr viel leichter und in einem sehr viel höheren Maße kann aber diese „Ertragsteigerung“ erzielt werden, wenn wir die Säuremenge steigern. Eine Verdoppelung der Säuremenge bis auf 21,25 Mol würde den „Ertrag“ ebenfalls verdoppeln. Also auch hier gilt das Minimumgesetz von *Liebig*, indem wir sagen können: der Ertrag richtet sich *hauptsächlich* nach dem Faktor, der verhältnismäßig am meisten im Minimum ist. Fügen wir dieses Wort *hauptsächlich* in das Minimumgesetz ein, so ist es auch heute noch gültig — es ist eben nicht absolut, sondern nur relativ gültig.

Wenden wir uns jetzt der Frage zu, ob diese hier durchgeführten Vergleiche überhaupt statthaft sind. Kann ein im ganzen irreversibler Vorgang, wie er doch bei der Produktionskurve vorliegt, dieselben quantitativen Verhältnisse zeigen wie ein reversibles chemisches Gleichgewicht?

Diese Frage ist unbedingt zu bejahen. Bei Reaktionen, die in mehreren Stufen verlaufen, kann die Reaktionsordnung sehr wohl durch eine einzige der Teilreaktionen bestimmt werden (vgl. *Brunner* 1905). Da aber, wie erwähnt, der ganze Stoffwechsel der Pflanze aus einer Reihe von chemischen Gleichgewichten besteht, so ist es möglich, daß eins von den Gleichgewichten dem

[3]) Vgl. *Pfeiffer*, Pflanzenphysiologie Bd. *II*, 18.

ganzen Stoffwechselvorgang sein Gepräge aufdrückt[4]).

Ein Schema möge diesen Gedankengang erläutern, ohne daß damit gesagt sei, daß die Verhältnisse tatsächlich so einfach liegen; wir müssen aber der klareren Darstellung halber von Komplikationen absehen. Die Stoffwechselvorgänge bei den Pflanzen können wir in mehrere Abschnitte zerlegen. 1. Die in der Nährlösung enthaltenen Stoffe müssen in die Pflanze aufgenommen werden — *Resorptionszone.* 2. Die aufgenommenen Stoffe werden dann innerhalb der Pflanze in andere Organteile befördert. Dabei werden stets Diffusionsvorgänge eine Rolle spielen, wenn auch bei höheren Pflanzen auf weitere Entfernungen mit dem Auftreten des Wasserstromes noch andere physikalische Kräfte eine Rolle spielen werden; wir wollen deshalb diese Zone als *Diffusionszone* bezeichnen. 3. An den Stellen des intensivsten Wachstums oder der intensivsten Stoffwechselvorgänge werden dann die Stoffe weiter verarbeitet, indem entweder feste oder gasförmige Produkte entstehen, wie z. B. Membran beim Wachstum oder CO_2 bei der Atmung, so daß die Stoffe aus der Reaktion ausscheiden, wodurch der ganze Vorgang irreversibel wird — *Assimilations- und Dissimilationszone.* Wenn auch bei der Assimilation und Dissimilation stets eine Reihe von chemischen Gleichgewichten vorliegt, so wird doch die Reaktion irreversibel verlaufen, da die Endprodukte stets ausscheiden. Es handelt sich hier, wie an anderer Stelle ausgeführt worden ist (vgl. *H. Walter* 1921), um sogenannte strömende Gleichgewichte. Alle Stoffe, die zugeführt werden, kehren restlos in den Endprodukten wieder. Wir können also nicht die für ein chemisches Gleichgewicht geltenden quantitativen Beziehungen erwarten. Ebenso wird auch in der Diffusionszone strenge Proportionalität zwischen der Konzentration der aufgenommenen Stoffe und der diffundierten Stoffmenge herrschen. Wenn also im Stoffwechselvorgang der Pflanze ein chemisches Gleichgewicht eingeschaltet ist, das dem ganzen Vorgang in quantitativer Hinsicht sein Gepräge aufdrängt, so können wir es in erster Linie bei den Resorptionsvorgängen suchen. Tatsächlich genügt diese Annahme, um die Form der Produktionskurve zu erklären.

Stellen wir uns vor, wir hätten in der Nährlösung einen Stoff A, dessen Konzentration wir variieren, während die anderen Stoffe B konstant bleiben. Bei der Aufnahme stellt sich ein chemisches Gleichgewicht ein, so daß in der Pflanze die Stoffe C und D entstehen:

$$\underset{\text{Nährlösung}}{A + B} \leftrightarrows \underset{\text{Pflanze}}{C + D}$$

Variieren wir nun die Konzentration von A, so werden sich C und D nicht proportional verändern, sondern die hyperbolische Abhängigkeit zeigen, wie sie für das chemische Gleichgewicht gilt. Die Menge aber der von der Resorptionszone wegdiffundierenden Stoffe wird proportional C und D sein, und sie kehrt quantitativ in der Ernte und den Stoffwechselprodukten wieder. Die Ernte wird also proportional C und D sein, nicht aber proportional A, vielmehr wird der Ernteertrag ebenso wie C und D eine hyperbolische Abhängigkeit zeigen müssen, wie wir sie tatsächlich bei der Produktionskurve fanden.

Schematisch können wir das Gesagte folgendermaßen darstellen:

$$A + B \leftrightarrows C + D \longrightarrow C_1 + D_1 \leftrightarrows E + F \leftrightarrows \ldots \leftrightarrows G\downarrow + H\uparrow$$

Nährlösung | Resorptionszone | Diffusionszone | Assimilations- u. Dissimilationszone

Die Pfeile bei G und H deuten an, daß die Endprodukte entweder in fester Form oder in Form von Gasen aus der Reaktion ausscheiden. Würden wir A aus der Nährlösung entfernen, so müßte sich das Resorptionsgleichgewicht nach links verschieben und die Konzentration von C und D sich verringern. Da aber die Assimilations- und Dissimilationsvorgänge irreversibel verlaufen, so kann eine Rückdiffusion in der Richtung von C_1 und D_1 nach C und D hin nicht stattfinden, d. h. wir werden praktisch aus der Pflanze keine Stoffe herausbekommen. Aus diesem Grunde werden auch die Resorptionsvorgänge stets den Eindruck von irreversiblen Vorgängen machen müssen, obgleich in den ersten Stadien ein reversibles Gleichgewicht vorliegen kann.

Welche Tatsachen kann man nun zugunsten unserer Anschauung anführen? Die Aufnahme der Nährstoffe aus Lösungen ist in dieser Hinsicht noch kaum untersucht. Man begnügte sich mit der Annahme, daß die Semipermeabilität des Plasmas keine vollständige ist und infolgedessen mit dem Wasser auch die Nährsalze aufgenommen werden. Diejenigen Nährstoffe, welche assimiliert, d. h. in andere Verbindungen umgewandelt werden, scheiden stets aus der Reaktion aus, ihre Konzentration in der Zelle bleibt immer nur ganz gering, und es kann eine Nachdiffusion von außen stattfinden. Dadurch sollte ein gewisses Wahlvermögen der Pflanze zustande kommen. In neuerer Zeit konnte jedoch *Prat* zeigen, daß die Resorption von Mineralstoffen durch die Wurzeln doch ein komplizierterer Vorgang ist. Taucht man Filtrierpapierstreifen in eine Nährlösung und läßt das Wasser an den oberen Enden verdunsten, so bleibt die Leitfähigkeit, also auch die Ionenkonzentration der Nährlösung unverändert, d. h. die Filtrierpapierstreifen nehmen die Nährlösung in unveränderter Konzentration auf. Ganz anders verhalten sich dagegen Pflanzen, die mit ihren Wurzeln in die Nährlösung tauchen. Stets konnte *Prat* eine Abnahme der Leitfähigkeit feststellen, d. h. die Pflanze nahm mehr Salze auf, als dem transpirierten Wasser entsprach, was auf einen Adsorptionsvorgang hin-

[4]) S. auch *Michaelis,* Wasserstoffionenkonzentration S. 2, 1922.

deutet. Die Salzaufnahme ist weitgehend unabhängig von der Transpiration; zwar kann starker Transpirationsstrom die Salzaufnahme beschleunigen, doch nimmt auch bei sehr beschränkter Transpiration die Pflanze noch die notwendige Nährsalzmenge auf. Am wichtigsten für uns ist jedoch die Tatsache, daß in verdünnten Lösungen die prozentuale Resorption erhöht ist, also eine bessere Ausnutzung stattfindet, wie sie durch die Produktionskurve gefordert wird.

Auch bei der Aufnahme von Farbstoffen durch Pflanzenzellen nehmen *Moore* und *Roaf* einen Adsorptionsvorgang an. Bezeichnen wir mit y die aufgenommene, mit x die gebotene Menge, so wird $x - y$ die Endkonzentration in der Außenlösung sein, wobei $y = \varkappa\,(x-y)^{\frac{1}{n}}$ ist. Bei dieser Gleichung, der sogenannten Adsorptionsisotherme, ist $\frac{1}{n}$ stets ein echter Bruch, der für verschiedene Stoffe zwischen 0,1—0,5 schwankt. Ist $\frac{1}{n} = 0{,}5$, so stellt die Gleichung eine Parabel vor. Wir bekommen also wiederum ähnliche Beziehungen, wie wir sie für die Produktionskurve annahmen. Es muß dabei bemerkt werden, daß die Adsorptionsisotherme eine rein empirische Kurve ist und es sehr wohl möglich ist, daß zwischen ihr und den chemischen Gleichgewichten kein prinzipieller Unterschied besteht.

Genaueres wird man über die Verhältnisse erst aussagen können, wenn mehr Daten über die Stoffaufnahme vorliegen. Besonders scheint es mir erforderlich, nicht wie bisher in den meisten Fällen, z. B. nur die Menge des Düngemittels in Gramm und die Ernte in Gramm Trockensubstanz zu bestimmen, sondern vielmehr das Verhältnis zwischen dem gebotenen und dem in der gesamten Pflanze wiedergefundenen Nährstoff zu berechnen[5]). Der Nährstoff muß selbstverständlich so geboten werden, daß er vollständig der Pflanze zugänglich ist. Wasserkulturen sind deshalb vielleicht mehr zu empfehlen als Topfversuche.

Zur Lösung dieser nicht nur theoretisch, sondern auch praktisch wichtigen Fragen wird man auch Pilzkulturen heranziehen können, da, wie aus den Versuchen von *E. Pringsheim* hervorgeht, die Verhältnisse hier genau ebenso liegen. Die Pilzkulturen bieten aber einen großen Vorteil, indem sie wenig Raum und kein Licht beanspruchen, infolgedessen auch im Thermostaten unter konstanten Bedingungen gehalten werden können, außerdem aber in kurzer Zeit (wenigen Wochen) schon den Ertrag ergeben, also in größerer Zahl und öfter wiederholt werden können.

Auf einem sehr viel sichereren Fundamente stehen wir in bezug auf andere Wachstumsfaktoren, nämlich bei der Kohlensäure und beim Licht, die ja gleichfalls eine hervorragende Rolle für die Ernährung der Pflanze bei der Kohlensäureassimilation spielen. Die Kohlensäureassimilation kann summarisch durch die Gleichung $6\ CO_2 + 6\ H_2O = C_6H_{12}O_6 + 6\ O_2$ dargestellt werden. Ein Vorgang, der auf den ersten Blick ebenso irreversibel ist, wie die Gleichung $H_2SO_4 + BaCl_2 = BaSO_4 + 2\ HCl$, bei der die Menge des gebildeten $BaSO_4$ bei Überschuß von $BaCl_2$ proportional der zugesetzten H_2SO_4-Menge sein wird. Fügen wir aber ebensoviel H_2SO_4 hinzu wie $BaCl_2$ vorhanden ist, so wird eine weitere Steigerung der H_2SO_4-Menge erfolglos bleiben, d. h. wir bekommen in der Kurve einen Knick, der für irreversible Reaktionen charakteristisch ist (s. Fig. 2 u. 3, Kurven für $K = 0$). Genau dasselbe nahm deshalb *Blackman* für die Kohlensäureassimilation in Abhängigkeit von der CO_2- und Lichtmenge an. Da letztere hier als Energiequelle dient, so kann sie einem Nährstoffe gleichgesetzt werden. Die Assimilationskurve sollte zuerst proportional diesen Faktoren steigen, dann aber unter einem scharfen Knick in die horizontale Lage übergehen. Die Untersuchungen von *Benecke* und namentlich von *Warburg, Harder* und *Lundegårdh* haben aber gezeigt, daß dieser Knick nicht vorhanden ist, vielmehr die Kurvenform verständlich wird, „wenn wir die Geschwindigkeit der Assimilation proportional der Konzentration der Kohlensäure und der Konzentration eines zweiten Stoffes setzen, mit dem die Kohlensäure reagiert“, wie *Warburg*

[5]) Einige diesbezügliche Versuche sind bereits von *Pfeiffer* und *Mitscherlich* und deren Mitarbeitern ausgeführt worden. Die Ergebnisse können von uns nur teilweise verwertet werden, denn es wurden nur die oberirdischen Pflanzenteile berücksichtigt. Auch wissen wir bei Sandkulturen niemals, ob die gesamte Nährstoffgabe den Wurzeln zur Verfügung steht, oder ob ein Teil der Nährstoffe überhaupt nicht aufgenommen werden kann. In letzterem Falle wäre die verhältnismäßig zu geringe Nährstoffaufnahme bei kleinen Gaben leicht zu erklären. Die Vernachlässigung des Wurzelanteiles wird sich ebenfalls besonders bei geringen Nährstoffzusätzen bemerkbar machen müssen. Immerhin sagt *Mitscherlich* (1923a, S. 649): „Die Steigerung der Magnesiaernte mit der Magnesia- wie Kalidüngung, ebenso wie die Steigerung der Kaliernte mit der Magnesiadüngung folgen anscheinend einer logarithmischen Funktion, während die Steigerung der Kaliernte mit der Kalidüngung fast geradlinig zu verlaufen scheint.“ Bei der nächsten Versuchsreihe (a. a. O. Tab. 7, S. 651) zeigt aber auch diese letztere Kurve eine deutliche Krümmung.

An dieser Stelle muß auch noch bemerkt werden, daß die Annahme, die wir der Einfachheit halber machten, daß der Ernteertrag proportional der aufgenommenen Nährstoffmenge steigt, in dieser Form nicht ganz richtig ist. Aus den genannten Arbeiten geht hervor, daß der Prozentgehalt der Ernte an einem Nährstoffe nicht konstant bleibt, sondern ebenfalls eine logarithmische Abhängigkeit von der Nährstoffgabe zeigt. Wir müssen also die Produktionskurve, die, wie wir sahen, einer Hyperbel nahekommt, nicht in eine Hyperbel und eine Gerade zerlegen, sondern in zwei Hyperbeln. Von diesen wird die eine die Abhängigkeit der Nährstoffaufnahme von der Nährstoffgabe und die zweite das Verhältnis des Ernteertrages zu der aufgenommenen Nährstoffmenge wiedergeben. Chemische Gleichgewichte, die bestimmend auf den quantitativen Verlauf der Stoffwechselvorgänge einwirken, scheinen demnach nicht nur in der Resorptionszone zu liegen.

wörtlich sagt, d. h. wenn eine monomolekulare reversible Reaktion vorliegt. Genau dasselbe sagt *Warburg* auch von der Einwirkung des Lichtes. Der Unterschied, den *Warburg* und *Harder* gegenüber der Blackmanschen Anschauung festgestellt haben, entspricht also dem Unterschiede, der sich in der Kurvenform reversibler und irreversibler Reaktionen zeigt. Je kleiner die Gleichgewichtskonstante ist, desto mehr wird sich die Kurvenform dem Blackmanschen Knick nähern. Betrachtet man die verschiedenen Kurven bei *Harder*, so gewinnt man tatsächlich den Eindruck, daß die Gleichgewichtskonstante bei den verschiedenen Versuchspflanzen und unter verschiedenen Bedingungen sehr verschieden sein kann. Schematisch würden wir den Vorgang wiederum so ausdrücken können $CO_2 + x \leftrightarrows x\,CO_2 \rightarrow$ Assimilate $+ O_2$. Die Assimilate würden dann proportional der Konzentration des Primärproduktes $x\,CO_2$ sein und ein der Produktionskurve folgendes Verhältnis zur CO_2-Konzentration zeigen. Dasselbe gilt auch für das Licht. Wenn die Assimilate aber in einem solchen hyperbolischen Verhältnis zu der gebotenen CO_2-Menge oder der Lichtintensität stehen, so ist es selbstverständlich, daß auch der Ernteertrag in Abhängigkeit von diesen Wachstumsfaktoren die Mitscherlichsche Produktionskurve zeigt, wie es von *Janert* für Kohlensäure und von *Lamberg* für Licht nachgewiesen worden ist.

Die Resultate sind von den verschiedenen Forschern mit ganz verschiedenen Versuchsobjekten gewonnen worden und immer wieder trat dieselbe Kurvenform deutlich zutage — ein Zeichen, daß sie nicht durch nebensächliche Umstände zustande kommt, wie es einige von den Forschern annehmen, sondern daß sie auf ein bestimmtes Grundprinzip zurückzuführen ist, das bei allen Pflanzen wiederkehrt.

IV. Das Weber-Fechnersche Gesetz.

Das Weber-Fechnersche Gesetz ist zuerst für die psycho-physischen Erscheinungen aufgestellt, dann aber auf alle Reizerscheinungen ausgedehnt worden. Es gilt als Beweis der Gleichheit der Grundlagen der Reizerscheinungen bei Tieren und Pflanzen, und man sieht in ihm eine für die Lebensvorgänge charakteristische Gesetzmäßigkeit, die sich von der in der toten Natur geltenden wesentlich unterscheidet.

Lassen wir auf einen lebenden Organismus einen Reiz von verschiedener Stärke einwirken, so zeigt es sich, daß die Reizwirkung oder Empfindung E nicht proportional mit dem Reiz R ansteigt, vielmehr bemerkt man, daß die Empfindlichkeit $\frac{dE}{dR}$ mit wachsender Größe von R abnimmt und desto kleiner ist, je größer R wird. *Fechner* machte nun die Annahme, daß sie umgekehrt proportional R ist, daß also $\frac{dE}{dR} = \frac{1}{R}$ ist, woraus durch Integration $E = \lg R$ erhalten wird. Es zeigte sich aber, daß diese Gesetzmäßigkeit nur innerhalb enger Grenzen Gültigkeit hat; die Grenzwerte dagegen $R = 0$, woraus $E = -\infty$, und $R = \infty$, woraus $E = \infty$, gar keinen Sinn haben. *Pütter* hat es wahrscheinlich gemacht, daß die Annahme von *Fechner* nicht richtig ist, vielmehr die Unterschiedsschwelle eine Exponentialfunktion von R ist, also ganz allgemein $\frac{dE}{dR} = f(e^R)$, und er gelangte zu einer Gleichung

$$E = H\left(1 - e^{-\frac{R}{H}}\right)$$

in der H den Höchstwert für die Empfindung oder die Reizwirkung vorstellt. Bei dieser Gleichung haben nun auch die extremen Werte einen Sinn: bei $R = 0$ ist $E = 0$, bei $R = \infty$ ist $E = H$.

Es ist nun interessant, daß, worauf *Rippel* schon aufmerksam gemacht hat, diese Gleichung vollkommen identisch mit der Bauleschen Form der Produktionskurve ist, denn durch einfache Umgestaltung kommt man von der Mitscherlichschen Form $\lg(A - y) = \lg A - c\,x$ zu der Bauleschen $y = A\,(1 - e^{-cx})$. Alles, was wir über die Beziehungen der Produktionskurve zu dem Massenwirkungsgesetz gesagt haben, gilt also auch ohne weiteres für das Weber-Fechnersche Gesetz in der Pütterschen Fassung. Besonders interessant ist es aber, daß *Pütter* bei seinen Überlegungen von genau denselben Voraussetzungen ausging, die auch wir machten, um zu erklären, wie ein irreversibler Vorgang bei der Produktionskurve die gesetzmäßigen Beziehungen eines chemischen Gleichgewichtes zeigen kann. *Pütter* geht von folgenden Grundannahmen aus: „Alle chemischen Reaktionen, die bei den Reizvorgängen vorkommen, sind umkehrbare Reaktionen, d. h. sie sind dem Massenwirkungsgesetz unterworfen, und für alle physikalischen Vorgänge des Stoffaustausches gilt das Gesetz der Diffusion, wonach die Menge eines Stoffes, die durch die Einheit des Querschnittes hindurchtritt, proportional dem Diffusionskoeffizienten und proportional dem Konzentrationsgefälle ist.“ (S. 203.) Er findet die Formel, die er auf Grund dieser Annahmen ableitet, durch die experimentell gewonnenen Zahlen in weitgehendstem Maße bestätigt.

Einige Worte seien mir noch hier erlaubt über die Anwendung des Weber-Fechnerschen Gesetzes bei den Pflanzen. Was die tropistischen Krümmungserscheinungen anbelangt, so ist der Zusammenhang dieses Gesetzes mit der Produktionskurve besonders einleuchtend, nachdem *van de Sande Bakhuizen* gezeigt hat, daß die Empfindlichkeit der Pflanze von der Form der Wachstumskurve abhängt, indem sie mathematisch die erste Abgeleitete der Wachstumskurve ist. Das Weber-Fechnersche Gesetz wird überall dort Gültigkeit haben, wo die Abhängigkeit des Wachstums vom Wachstumsfaktor eine nahezu logarithmische ist — also der Produktionskurve gleichkommt. Am exaktesten ist die Gültigkeit des

Weber-Fechnerschen Gesetzes an frei beweglichen pflanzlichen Organismen, den Farnspermatozoiden und Bakterien, nachgewiesen worden. Ich will deshalb zum Schluß noch an einem entsprechenden Schema zeigen, wie wir uns hier die Zurückführung auf das Massenwirkungsgesetz vorstellen müssen.

Nehmen wir einen freibeweglichen Organismus, der sich in einem Diffusionsfelde des Stoffes A bewegt, wobei die anderen Stoffe B überall gleichmäßig verteilt sein sollen. Der Organismus wird einmal von der Konzentration A_1 des Reizstoffes, ein anderes Mal von der Konzentration A_2 getroffen, wobei es für unsere Betrachtungen ganz gleichgültig bleibt, ob die verschiedenen Reize räumlich oder zeitlich getrennt auf den Organismus einwirken. Die in der Außenlösung befindlichen Stoffe werden vom Organismus aufgenommen, wobei sich im Innern ein den Reiz auslösender Stoff C bilden soll, nach dem Schema $A + B \leftrightarrows C$. Je nach der Konzentration von A wird bei gleichbleibendem B die Konzentration von C sich verändern; entweder, wenn es sich um einen Adsorptionsvorgang handelt, nach der Adsorptionsisotherme oder, wenn es sich um ein chemisches Gleichgewicht handelt, in hyperbolischer Abhängigkeit. In beiden Fällen wird aber C_1 und C_2 nicht proportional A_1 und A_2 steigen, sondern mit steigender absoluter Größe von A wird C eine immer geringere Konzentrationszunahme erfahren. Wenn wir nun annehmen, daß die Reizreaktion, z. B. die Umschaltung der Geißeltätigkeit bei phobisch reagierenden Organismen, stets bei derselben Differenz von C eintritt, so wird, wenn $A_3 > A_2 > A_1$ und entsprechend $C_3 > C_2 > C_1$, bei $C_3 - C_2 = C_2 - C_1$ die Differenz von $A_3 - A_2$ nicht gleich $A_2 - A_1$, sondern größer sein, d. h. mit steigender absoluter Größe von der Konzentration des Reizstoffes wird die Empfindlichkeit des Organismus immer mehr und mehr abgestumpft.

Somit sehen wir, daß auch das Weber-Fechnersche Gesetz, das bisher eine gewisse Sonderstellung einnahm und als eine für die Lebensvorgänge charakteristische Gesetzmäßigkeit galt, sich theoretisch ebenso wie die Produktionskurve auf ein umfassenderes Gesetz — das Massenwirkungsgesetz — zurückführen lassen dürfte.

Literaturnachweis.

1918. *Baule, B.*, Zu Mitscherlichs Gesetz der physiologischen Beziehungen (Landw. Jahrbüch. *51*, 363).
1921. *Benecke, W.*, Beiträge zum Problem der Kohlensäureassimilation (Zeitschr. f. Bot. *13*, 424).
1905. *Blackman*, Optima and limiting factors (Ann. of Bot. *19*, Nr. 74).
1908. Ders., Address to the Bot. Sect. British Assoc. f. the Advance of Science.
1905. *Brunner, E.*, Theoretisches über Reaktionen, die in mehreren Stufen verlaufen (Zeitschr. f. phys. Chemie *52*, 89).
1921. *Harder, R.*, Kritische Versuche zu Blackmans Theorie der „begrenzenden Faktoren" bei der Kohlensäureassimilation (Jahrb. f. wiss. Bot. *60*, 531).
1922. *Janert, H.*, Beitrag z. Beurteil. der klimat. Wachstumsfaktoren Kohlensäure, Sauerstoff und Luftdruck (Botanisches Archiv *I*, 155, 201).
1922. *Lamberg, G.*, Das Licht als Wachstumsfaktor (Botanisches Archiv *2*, 213).
1922. *Lundegårdh, H.*, Zur Physiologie und Ökologie der Kohlensäureassimilation (Biolog. Zentralbl. *42*, 337).
1912. *Mitscherlich, E. A.*, und *Floeß, R.*, Über den Einfluß verschiedener Vegetationsfaktoren auf die Höhe des Pflanzenertrages . . . (Landw. Jahrbücher *43*, 649).
1921. *Mitscherlich, E. A.*, Das Wirkungsgesetz der Wachstumsfaktoren (Landw. Jahrbüch. *56*, 71).
1922. *Mitscherlich, E. A.*, Das Wirkungsgesetz der Wachstumsfaktoren (Zeitschr. f. Pflanzenernährung und Düngung, *1*, 49).
1923. *Mitscherlich, E. A.*, Die pflanzenphysiologische Lösung der Bodenanalyse (Landw. Jahrb. *58*, 601).
1923a. *Mitscherlich, E. A.*, und *Wagner, H.*, Ein Beitrag zur Kali- und Magnesiadüngung (Landw. Jahrb. *58*, 645).
1919. *Pfeiffer, Simmermacher, Rippel*, Der Gehalt der Haferpflanzen an Stickstoff, Phosphorsäure und Kalium unter verschiedenen Bedingungen usw. (Journ. f. Landw. *67*, 1).
1923. *Prát, S.*, Die Elektrolytaufnahme durch die Pflanze. I (Biochem. Zeitschr. *136*, 366).
1914. *Pringsheim, E.*, Über den Einfluß der Nährstoffmengen auf die Entwicklung der Pilze (Zeitschr. f. Bot. *6*, 577).
1918. *Pütter*, Studien zur Theorie der Reizvorgänge (Pflügers Arch. f. die ges. Physiologie *171*, 201).
1923. *Rawitscher, F.*, Reizgröße und Reizreaktion im Pflanzenreich (Naturwissenschaften Heft 25, 491).
1922. *Redfern, G. M.*, On the course of absorption and the position of equilibrium in the intake of dyes by discs of plant tissue (Ann. of Bot. *36*, 511).
1920. *Rippel, A.*, Das Gesetz vom Minimum und Reizwirkungen bei Pflanzen in ihren Beziehungen zum Weber-Fechnerschen Gesetz (Angewandte Bot. *II*, S. 308).
1922. Ders., Die gesetzmäßige Erforschung von Reaktionsgleichgewicht (Produktionskurve) und Reaktionsgeschwindigkeit (Wachstumskurve) bei den höheren Pflanzen (Journ. f. Landwirtsch. 1922, S. 9).
1920. *Sande Bakhuyzen, van de H. L.*, Analyse der Fototropische Stemmingsverschijnselen (Dissert. Groningen).
1921. *Walter, H.*, Wachstumsschwankungen und hydrotropische Krümmungen bei Phycomyces nitens. Versuch einer Analyse der Reizerscheinungen (Zeitschr. f. Bot. *13*, 673).
1922. *Wieland*, Über den Mechanismus der Oxydationsvorgänge (Ergebnisse der Physiologie).

Besprechungen.

Heymans, G., Die Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens. Ein Lehrbuch der Erkenntnistheorie in Grundzügen. 4. Aufl. Leipzig, J. A. Barth, 1923. VIII, 440 S. 15×23 cm. Preis geh. 12, geb. 15 Goldmark.

Die Untersuchung des holländischen Philosophen hebt an mit einem Bekenntnis zu dem Wahrheitsbegriff der Realisten: Wahrheit sei die Übereinstimmung unserer Vorstellungen mit einer vom Subjekt unabhängigen und erkennbaren Außenwelt. Die posi-

tivistische, neokritizistische und pragmatistische Auffassung dagegen enthalte „einen Verzicht auf die Möglichkeit wirklicher Erkenntnis der Außenwelt“ und wird abgelehnt, denn es sei „unzweckmäßig, die alten Worte Erkenntnis und Wahrheit zur Bezeichnung ganz neuer Sachen zu verwenden“ (S. 15). Die Erkenntnistheorie selbst wird als empirische Wissenschaft gefaßt, nämlich als jener Zweig der Psychologie, der sich mit den „Bedingungen des Fürwahrhaltens“ beschäftige. Ihre nächste Aufgabe sei es, „die Entstehung der Urteile im Bewußtsein zu erklären“, insbesondere zu untersuchen, wie sich aus gewissen einfachen, unmittelbar gewissen Urteilen — zu ihnen rechnet Verf. die mathematischen Axiome — die zusammengesetzten abgeleiteten. Die Methode der Erkenntnistheorie gleiche also der der Chemie. Damit schließt die Einleitung (S. 1—46). — Der „allgemeine Teil“ (49—120) behandelt zunächst die „allgemeinen Verbindungsgesetze“ der Urteile, die Verf. in der altbekannten aristotelischen Urteils- und Schlußlehre kodifiziert zu finden glaubt. Die Sätze der Logik seien psychische Gesetze, d. h. sie sagten lediglich aus, wie „die verschiedenen Auffassungsweisen“ eines identischen Tatsachenmaterials ineinander überführbar seien (96), und könnten deshalb von der äußeren Erfahrung weder bestätigt noch widerlegt werden. Gemäß diesen logischen Gesetzen werden die „Elemente“ der Erkenntnis weiter verarbeitet; sie bestehen in „synthetischen Urteilen a priori“, die Verf. nach Art *Kants* faßt und in denen er die eigentlichen „Probleme der Erkenntnistheorie“ erblickt (113). — Der spezielle Teil ist zunächst den mathematischen Wissenschaften gewidmet (123—257). Die Sätze der Arithmetik seien analytisch und entsprängen der Definition der Zahlenreihe; die Sätze der Geometrie dagegen beruhten auf synthetisch-apriorischen Axiomen — in den Arbeiten von *Helmholtz-Riemann* erblickt Verf. eine Bestätigung der Kantischen Auffassung —, die (euklidischen) Axiome selbst aber glaubt *Heymans* nach dem Vorgang *A. Riehls* aus der Eigenart unserer Bewegungsempfindungen streng ableiten zu können. Die Kinematik schließlich sei gleichfalls synthetisch-apriorischer Natur; sie beruhe irgendwie auf der Eigenart unserer Zeitauffassung, wiewohl sich hier eine Bestätigung der Kantischen Hypothese, wie sie *Riehl* für die Geometrie gelungen sei, derzeit noch nicht angeben lasse. — Der folgende, wohl interessanteste Abschnitt behandelt die Naturwissenschaften (261—438). Die Induktion beruhe auf den bekannten Millschen Methoden, außerhalb derer kausales Denken nachzuweisen noch nicht gelungen sei (288). Die Prämisse der Millschen Methoden sei der Satz: „jeder Veränderung gehen Umstände voraus, aus welchen sie notwendig folgt“. Neben diesem „materialen“ gebe es noch vier „formale Kausalprinzipien“, die zwischen Ursache und Wirkung zeitliche und räumliche Berührung, ferner eine gewisse qualitative und quantitative „Gleichheit“ und schließlich logische Durchschaubarkeit jeder kausalen „Notwendigkeit“ verlangten (318—29). Alle fünf Kausalprinzipien ließen sich nur aus der Grundvoraussetzung von der „Unmöglichkeit wirklichen Entstehens und Vergehens“ ableiten, einem Satz, den *W. Hamilton* zuerst als Voraussetzung des kausalen Denkens aufgedeckt habe. *Hamiltons* Voraussetzung und die aus ihr fließenden Kausalprinzipien seien synthetische Urteile a priori, die auf derzeit noch nicht ganz durchschaubaren, offenbar mit unserer Zeitvorstellung zusammenhängenden Umständen beruhten. — Die Mechanik (383—425) enthalte gleichfalls synthetische Urteile a priori, nämlich die Beziehung aller mechanischen Sätze auf absolute Bewegungen (!), das Trägheitsprinzip, die wechselseitige Unabhängigkeit von Kräften und Massen und das Aktions-Reaktions-Prinzip. Sowohl diese mechanischen Prinzipien als die allen Naturwissenschaften zugrundeliegende Annahme einer rein mechanischen Außenwelt (426—38) glaubt Verf. gleichfalls aus der Voraussetzung *Hamiltons* ableiten zu können. In der Entwicklung der Naturwissenschaften, in den zum Teil bis ins Altertum zurückreichenden Bestrebungen, trotz aller vom empirischen Tatsachenmaterial geleisteten Widerstände überall mechanistische Erklärungen, Erhaltungssätze zu finden, absolute Bewegungen zu definieren usf., sieht Verf. eine Bestätigung der apriorischen Natur der erwähnten Axiome.

Der größte Vorzug des Buches liegt wohl in seiner überaus klaren, von allem terminologischen Wortkram freien, stets durch naturwissenschaftliche Beispiele anschaulich belegten Darstellungsweise. Freilich: es ist die Naturwissenschaft vor 1870, die Verf. zur Grundlage seiner philosophischen Untersuchung macht[1]). Alle prinzipiellen Grundfragen, die den Physiker von *heute* bewegen, z. B. die Grundlagen der statistischen Physik, die Stellung des Kausalbegriffes in der Quantentheorie, die Miesche Theorie der Materie finden überhaupt nicht Erwähnung. Recht unzureichend erscheinen wohl auch die gelegentlichen Seitenblicke auf die Relativitätstheorie. Daß die Gleichberechtigung „verschieden situierter Beobachter“ — in Wahrheit handelt es sich ja um die Gleichwertigkeit verschiedener Koordinatensysteme — mit einem „Verzicht auf die Möglichkeit wirklicher Erkenntnis der Außenwelt“ etwas zu tun habe (S. 15), ist wohl kaum einzusehen. Daß die Naturerscheinungen einer nichteuklidischen Ordnung unterliegen, ist keineswegs „unendlich unwahrscheinlich“ und „nur denkbar“ (S. 246), sondern hat sich durch Beobachtungen als ganz außerordentlich wahrscheinlich herausgestellt. Geradezu unrichtig ist es aber, daß die Forschung empirisch festgestellte Abweichungen von der Euklidizität „immer“ physikalisch durch ein deformierendes Medium erklärt und sich stets „von vornherein geweigert“ habe, die Geometrie zu modifizieren (S. 202). Offenbar ist dem Verf. die allgemeine Relativitätstheorie gänzlich unbekannt geblieben. Es leuchtet ein, daß durch solche Unzulänglichkeiten auch *H.s* Betrachtungen zur Geometrie stark entwertet werden. Ist es doch von vornherein aussichtslos, aus der Eigenschaft unserer Bewegungsempfindungen metrische Aussagen über unseren Raum (Euklidizität) anders als bloß approximativ und in einem endlichen Bereich geltend ableiten zu wollen. Bei Selbstbeobachtung finde ich in mir nicht einmal sichere Antwort auf die Frage, ob mein kinästhetischer Raum geschlossen ist, da ich mir sehr wohl vorstellen kann, jede Bewegung ohne Richtungsänderung könne, genügend lange fortgesetzt, wieder zu den Ausgangsempfindungen zurückführen.

[1]) In den Literaturverzeichnissen auf S. 1, 49, 123, 162, 248, 261, 383 und 426 stammen die *jüngsten* Werke aus den Jahren 1913 (*Husserl*), 1889, 1891, 1884, 1910 (*Groß*), 1890, 1883 und 1890. Nicht berücksichtigt sind für die Arithmetik z. B. die Arbeiten von *Dedekind*, *Peano* und *Russell*, für die Geometrie von *Hilbert*, für die physikalischen Grundlagen von *Poincaré* von *Schlick* u. v. a. Nach S. 431 z. B. erkläre die Physik die Erscheinungen des Lichts, der Wärmestrahlung und der Elektrizität befriedigend mit Hilfe des Äthers, „aber diesem Äther braucht sie keine anderen als *mechanische* (!) Eigenschaften zuzuerkennen“.

Bei der Behandlung der Kausalprobleme scheint die Bedeutsamkeit der sog. Millschen Induktionsmethoden (die übrigens als anspruchslose und deshalb unanfechtbare Winke eines erfahrenen Praktikers zuerst von dem Astronomen *W. Herschel*: A preliminary discourse on natural philosophy, 1831, aufgestellt wurden) stark überschätzt. Liefert doch jede statistische Untersuchung (z. B. Sonnenflecken und magnetische Stürme) ein Beispiel kausaler Untersuchung, das sich dem Millschen Schema entzieht. Auch sonst bleibt gerade der springende Punkt außerhalb der Millschen Methoden. Bevor z. B. die Differenzmethode auf ein chemisches Experiment Anwendung finden kann, muß der Experimentator ja wissen, was als für den Vorgang in der Eprouvette belanglos vernachlässigt werden darf: etwa die Farbe seines Arbeitsmantels. Gerade in diesen vorwissenschaftlichen Erfahrungen, gerade auch in den statistischen Methoden steckt aber das bei *Heymans* gar nicht behandelte eigentliche Induktionsproblem, die Frage nämlich, wieso bei vielen Beobachtungen nur solche Erscheinungen ausnahmslos beisammenbleiben, die irgendwie, sei es auch indirekt, kausal zusammenhängen. Würde z. B. „zufällig“ in 100 000 Fällen, wenn H_2S neben einer Magnetnadel entweicht, diese gerade eine Ablenkung erleiden und wäre die Natur auch sonst analog konstelliert, so ließen sich kaum Naturgesetze finden. Die Induzierbarkeit hat also sehr wohl eine gewisse Naturkonstellation zur Voraussetzung; die formalen Kausalprinzipien und die Mechanisierung dagegen, auf die Verf. solchen Nachdruck legt, dürften wohl nur mit dem Bedürfnis des Menschen zusammenhängen, Naturvorgänge nach dem Schema seiner primitivsten Angriffs- und Abwehrreaktionen aufzufassen, nämlich dem Schlagen und Stoßen. Ein denkender Zitterrochen z. B. hätte die elektromagnetische Lichttheorie wohl vor der mechanischen entwickelt. Wiewohl also die Physik der letzten fünfzig Jahre ihre überwältigenden Erfolge gerade dem Umstand verdankt, daß sie sich vom reinen Mechanismus abgewandt und den Kausal- durch den Funktionsbegriff abgelöst hat, sind *Heymans'* Hinweise auf die „apriorischen“ Bestandteile der Physik, d. h. auf stark mechanistische Tendenzen, auf eine merkwürdige Vorliebe für Erhaltungssätze usf. zumindest psychologisch recht interessant. Wer sich für diese, heute durch aktuellere Probleme verdrängten, aber im Grunde doch nicht restlos aufgeklärten Fragen interessiert, wird trotz aller Unzulänglichkeiten im letzten Drittel des Heymansschen Buches eine vom Standpunkt der älteren Philosophiegeneration geschriebene, klare und vor allem die Sache über die Terminologie stellende Darstellung und manche Anregungen zum Nachdenken finden.

E. Zilsel, Wien.

Lichtenstein, Leon, Astronomie und Mathematik in ihrer Wechselwirkung. Leipzig, S. Hirzel, 1923. VI, 97 S. und 3 Abbildungen. 16 × 22 cm. Preis 6 Goldmark.

Die kleine Schrift von *L. Lichtenstein* hat den Charakter einer Programmschrift. Es wird den Astronomen, die in erster Linie an den aufgeworfenen Problemen interessiert sind, gezeigt, daß ein großer Komplex von Aufgaben, insbesondere die Frage nach den Gleichgewichtsfiguren rotierender Himmelskörper und angrenzende Fragen, einer einheitlichen und sehr tiefgründigen Bearbeitung durch die Benutzung der neuesten mathematischen Hilfsmittel fähig ist. Seit fast zwei Jahrhunderten haben die bedeutendsten Köpfe unter den theoretischen Astronomen und physikalisch orientierten Mathematikern sich an diesen Aufgaben erprobt. Sie konnten aber nur mühsam, Schritt für Schritt, Boden in Richtung des gesteckten Zieles gewinnen. So kann man ermessen, welchen Wert eine einheitliche und, wie es nach den bisherigen Erfolgen der Lichtensteinschen Arbeiten zu sein scheint, auch an neuen Resultaten reiche mathematische Behandlung aller Fragen der Gleichgewichtsfiguren rotierender oder nicht rotierender, homogener oder unhomogener Himmelskörper, einerseits unter der Wirkung ihrer Eigengravitation, andererseits unter der Wirkung zusätzlicher äußerer Kräfte, haben muß.

Die Schrift ist eine erweiterte Fassung der von dem Verfasser an der Universität Leipzig gehaltenen Antrittsvorlesung. In den ersten zwei Kapiteln gibt er einen umfassenden Überblick über die großen Probleme der Astronomie, und zwar erstens in bezug auf die Bewegung der Himmelskörper und zweitens in bezug auf die Gestalt und Entwicklung der Himmelskörper. Überall sucht der Verfasser nach Möglichkeit die Grenzen des nach den bisher benutzten Methoden Erreichten zu fixieren und die noch vorliegenden Aufgaben deutlich hervortreten zu lassen. Das dritte Kapitel führt dann unvermittelt in das eigenste Arbeitsgebiet des Verfassers hinein, nämlich die Anwendung der Theorie der Integro-Differentialgleichungen und die Theorie der quadratischen Formen mit unendlich vielen Veränderlichen auf die mathematischen Probleme in der Theorie der Himmelskörper. Es werden von ihm in vier Paragraphen die verschiedensten Fragen aus dem Gebiet der Gleichgewichtsfiguren rotierender homogener und inhomogener Flüssigkeiten behandelt, Stabilitätstheoreme untersucht und auf neue interessante Problemstellungen hingewiesen.

Was aber den Wert oder vielmehr die Brauchbarkeit dieser Schrift für den weiteren Kreis aller an diesen Fragen interessierten Astronomen beeinträchtigt, ist folgender Umstand. Da den meisten Astronomen heute noch die Theorie der Integro-Differentialgleichungen unbekannt ist, so wird es den meisten Lesern dieser Schrift kaum möglich sein, die Entwicklungen des dritten Kapitels in allen Einzelheiten zu verfolgen. Infolgedessen bleibt ihm auch die Erkenntnis verschlossen, in welchem Umfange die neuen Untersuchungsmethoden den bisherigen an Leistungsfähigkeit überlegen sind, und es wird dadurch bei vielen möglicherweise der Entschluß gehemmt, sich in die schwierige neue Materie einzuarbeiten. Ich glaube darum, daß der Erfolg der vorliegenden Schrift wesentlich erhöht würde, wenn die Schrift aus der jetzigen Gestalt einer erweiterten Vorlesung zu einem selbständigen Lehrbuch ausgearbeitet würde. Dies würde es dem Astronomen ermöglichen, in die zur Bearbeitung der vorliegenden Probleme von den Mathematikern entwickelte Theorie der Integralgleichungen und Integro-Differentialgleichungen so tief einzudringen, wie es zum Verständnis der im dritten Kapitel gegebenen Ausführungen nötig ist.

Wenn die Wechselwirkung zwischen Astronomie und Mathematik vertieft werden muß — daß dies geschehen muß, will die Astronomie neuen Impuls für ihre Aufgaben gewinnen, das lehrt die Lichtensteinsche Schrift besonders eindrucksvoll —, so muß entsprechend auch die Wechselwirkung zwischen den Mathematikern und Astronomen vertieft werden, d. h. die Zusammenarbeit intensiver werden. Dazu gehört auch, daß die Mathematiker die Astronomen in die von ihnen entwickelten Methoden einführen.

Wenn diese Lücke in der vorliegenden Schrift ge-

füllt wird, so wird voraussichtlich erst ihre große wissenschaftliche Bedeutung von einem weiteren Kreise von Fachgenossen erkannt werden und sich in einer lebhaften Mitarbeit der Astronomen an diesen wichtigen Problemen auswirken.

Erwin Freundlich, Berlin-Neubabelsberg.

Buchwald, E., Das Korrespondenzprinzip. Braunschweig, Fr. Vieweg & Sohn, 1923. VI, 124 S. 13×22 cm. Preis 5,5 Goldmark.

In der Darstellung der Quantentheorie der Spektren, die in dem grundlegenden Werk von *Sommerfeld* gegeben ist, das für die Verbreitung der modernen Ideen vom Atombau von so großer Bedeutung geworden ist, spielt *Bohrs* Korrespondenzprinzip eine mehr untergeordnete Rolle. Es ist deshalb sehr zu begrüßen, daß in der vorliegenden Broschüre gerade die für *Bohrs* Auffassung der Theorie charakteristischen, sich an das Korrespondenzprinzip anschließenden Gedankengänge gesondert zur Darstellung gelangt sind. Die Broschüre bringt die allgemeinen Gesichtspunkte sowie deren Anwendung auf spezielle Fälle nicht systematisch gesondert, sondern in didaktisch geschickter Weise miteinander verquickt. Als Beispiele werden dabei ausführlich besprochen das Wasserstoffspektrum (auch die Bohrsche Ableitung der Formel für die Rydbergkonstante mit Hilfe des Korrespondenzprinzips) und dessen Feinstruktur und Beeinflussung durch äußere Felder (Stark- und Zeemaneffekt). Dabei werden besonders die Auswahl- und Polarisationsregeln sowie das Erscheinen neuer Komponenten im Feld hervorgehoben, letzteres vom Standpunkt der Störungstheorie aus. Auch die wichtigsten Anwendungen des Korrespondenzprinzips auf die Bandenspektren sowie auf die Atome mit mehr als einem Elektron und ihre Serienspektren werden kurz dargestellt. Stets werden auch die neuesten Arbeiten berücksichtigt und Literaturhinweise gegeben.

Es dürfte nun gerade der Bedeutung des so ausgezeichneten Buches entsprechen, wenn wir hier auch auf diejenigen Einzelheiten eingehen, wo uns die Darstellung verbesserungsbedürftig erscheint. Wir tun dies in der Hoffnung, daß die folgenden Erörterungen keinen ungünstigen Eindruck vom Wert des Buches hinterlassen, jedoch zur Klärung der Sachlage bei einigen hierher gehörigen Fragen beitragen werden.

Nach der Auffassung von *Bohr* sind für die Festlegung der stationären Zustände eines Systems die Periodizitätseigenschaften der allgemeinen Lösung der zugehörigen klassischen mechanischen Gleichungen ausschlaggebend und die den Phasenraum und die Separation der Variablen benutzenden Methoden erscheinen als mehr indirekt. Dementsprechend versucht der Verfasser, eine Formulierung der Quantenbedingungen für bedingt periodische Systeme zu geben, die sich nur auf diese Periodizitätseigenschaften und nicht auf die Möglichkeit der Separation der Variablen stützt. Er setzt für beliebige Koordinaten p_k, q_k:

$$J_k = \int_0^{T_k} p_k \dot{q}_k \, d\, t = n_k h$$

worin $T_k = \frac{1}{\omega_k}$ und die ω_k die Grundfrequenzen des als nicht entartet vorausgesetzten Systems bedeuten. Diese Formulierung der Quantenbedingungen ist nicht korrekt. Die betreffenden Integrale würden nämlich wesentlich von den zufälligen Phasen der Bewegung abhängen und über aufeinanderfolgende Teile einer bestimmten mechanischen Bahn erstreckt, keineswegs gleich sein. Deswegen wird auch die anschließende Herleitung der für die Anwendbarkeit des Korrespondenzprinzips maßgebenden Relation $\delta E = \sum_r \omega_r \, \delta J_r$ für den Energieunterschied δE von benachbarten mechanischen Bahnen hinfällig. Die betreffenden Entwicklungen sind nur dann korrekt, wenn die benutzten Koordinaten p_k, q_k Separationskoordinaten sind. Zu einer Formulierung der Quantenbedingungen von der gewünschten Art, bei der von der Separation der Variablen kein Gebrauch gemacht wird, kann man jedoch, wie im wesentlichen schon *Burgers* gezeigt hat, auf folgende Weise gelangen. Es sei ein (entartetes oder nicht entartetes) mechanisches System gegeben, dessen allgemeinste Lösung durch eine verallgemeinerte Fouriersche Reihe mit f unabhängigen Grundfrequenzen und willkürlichen, von den Anfangsbedingungen abhängigen Phasenkonstanten dargestellt werden kann. Es können in diesem Fall stets formal Winkelvariable $w_1, \ldots, w_f$ eingeführt werden. Die Quantenbedingungen lauten dann in beliebigen kanonischen Koordinaten p_k, q_k, die als periodische Funktionen der w_r mit der Periode 1 zu denken sind:

$$J_r = \int_{C_r} \sum_k p_k \, d\, q_k = n_r h, \quad r = 1, \ldots, f$$

Diese f Bedingungen unterscheiden sich nicht durch den Integranden, sondern nur durch den Integrationsweg C_r, der keine mechanische Bahn, sondern im Raum der w_r je eine vom Nullpunkt ausgehende Kante des Einheitskubus ist. Auch kann man dann auf Grund der kanonischen Bewegungsgleichungen beweisen, daß die so definierten Größen J_r in der Tat die Relation $\delta E = \sum_r \omega_r \, \delta J_r$ erfüllen.

Es sei ferner gegenüber einer diesbezüglichen Bemerkung des Verfassers hervorgehoben, daß aus der Forderung der asymptotischen Gültigkeit dieser Relation für große Werte der Quantenzahlen n_r die Bedingungen $J_r = n_r h$ noch nicht gefolgert werden können. Diese Forderung wäre nämlich auch erfüllt, wenn man $J_r = f(n_r) h$ setzen würde, falls nur für große n_r asymptotisch $f(n_r) \sim n_r$ ist (man kann z. B. $f(n_r) = \sqrt{n_r (n_r + 1)}$ setzen). Obwohl das Adiabaten- und Korrespondenzprinzip den Bedingungen zur Festlegung der stationären Zustände bedingt periodischer Systeme weitgehende Beschränkungen auferlegen, ist es bisher noch nicht gelungen, die Form dieser Bedingungen aus allgemeineren Prinzipien vollständig zu deduzieren; sie sind beim gegenwärtigen Stand der Theorie ein nicht weiter reduzierbares Axiom.

Ein wichtiger Umstand ist der, daß nach *Bohrs* auf dem Korrespondenzprinzip fußendem Standpunkt die Anzahl dieser „Zustandsbedingungen" stets gleich ist dem Periodizitätsgrad des Systems, das ist der Anzahl der unabhängigen Grundfrequenzen, also bei entarteten Systemen kleiner als die Anzahl der Freiheitsgrade. Dieser Sachverhalt wird auch im vorliegenden Buch hervorgehoben und insbesondere am Beispiel der gewöhnlichen Keplerellipse erläutert, bei der die Bewegung rein periodisch ist und die Festlegung der stationären Zustände daher nur eine einzige Bedingung erfordert; diese bestimmt die Energie und die große Achse der Bahn, läßt aber die Exzentrizität unbestimmt. Erst bei der relativistischen Keplerellipse, wo die Bewegung infolge der hinzutretenden Perihel-

drehung doppelt periodisch ist, tritt noch eine zweite Bedingung hinzu, die auch die Exzentrizität festlegt. Man möchte wünschen, daß hier in der Darstellung des Buches eine Betrachtungsweise von *Bohr* mehr zur Geltung kommen sollte, durch welche dieser Standpunkt erst seine volle physikalische Berechtigung erhält. Diese betrifft die Frage der *Stabilität der einzelnen Zustandsbedingungen gegenüber äußeren störenden Kraftfeldern*, das heißt die Frage nach der Intensität solcher Kraftfelder, die imstande sind, die Form der betreffenden Zustandsbedingung bereits merklich zu ändern. Hier zeigt nun die Störungstheorie, daß dies im allgemeinen bei um so schwächeren Feldern schon der Fall sein wird, je kleiner die zu der betrachteten Zustandsbedingung gehörige Grundfrequenz ist. Und im Grenzfall, wo die betreffende Grundfrequenz verschwindet (entartetes System), genügen hierzu schon beliebig schwache äußere Felder, so daß die zugehörige Zustandsbedingung hier sinnlos wird. So könnte man zum Beispiel im Fall der Keplerbewegung einwenden, daß ja die relativistische Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit in Wirklichkeit stets vorhanden sei, also bei der Keplerbewegung die Exzentrizität der Bahn, auch abgesehen von der Periheldrehung und der durch sie bedingten Feinstruktur, gemäß der aus der Sommerfeldschen Theorie bekannten Bedingung festgelegt werden müsse. Dieser Einwand trifft jedoch nicht das Wesen der Sache. Zwar kann man niemals die Veränderlichkeit der Masse mit der Geschwindigkeit beseitigen, wohl aber kann die zugehörige Periheldrehung merklich gestört oder sogar gänzlich modifiziert werden, und zwar schon durch relativ kleine äußere elektrische Felder. Dies hat zur Folge, daß zum Beispiel unter den Bedingungen, die zur Erregung der Balmerserie gewöhnlich angewandt werden, bei den Wasserstoffatomen in stationären Zuständen mit größeren Werten der Hauptquantenzahl n infolge der Anwesenheit der störenden elektrischen Felder der Entladungsröhre von einer Konstanz der Exzentrizität und einer Festlegung derselben gemäß der Bedingung der Feinstrukturtheorie keine Rede mehr ist, selbst wenn die zugehörigen Spektrallinien nicht merklich von ihrer ungestörten, durch die Balmerformel gegebenen Lage abweichen.

Einem analogen Fall begegnet man beim Starkeffekt der Wasserstofflinien, sobald dieser groß ist gegenüber der relativistischen Feinstruktur. Wie man im besprochenen Buch dargelegt findet, besteht hier nach *Bohr* die Wirkung des Feldes darin, daß der elektrische Mittelpunkt der Bahn im allgemeinen elliptische harmonische Schwingungen in einer Ebene senkrecht zur Feldachse vollführt. Dies hat zur Folge, daß hier eine weitere Quantenzahl $\mathfrak{n}$ bei der Festlegung der stationären Zustände hinzutritt, welche in einer im Buche näher angegebenen Weise die Lage dieser Ebene zum Kern bestimmt. Dies steht zunächst in einem gewissen Gegensatz zum Ergebnis der Behandlungsweise des Problems nach der Methode der Separation der Variablen in parabolischen Koordinaten, nach der in den stationären Zuständen außer dem Bestehen der genannten Bedingung auch noch die Komponente des Impulsmomentes parallel dem Feld durch eine dritte Quantenzahl n_3 bestimmt ist. Es zeigt sich nun, daß dieses Ergebnis damit zusammenhängt, daß die elliptische Schwingung des elektrischen Mittelpunktes erst in höherer Näherung in zwei zirkulare von etwas verschiedenen Frequenzen aufgespalten wird. Dies bedeutet jedoch, daß hier die Festlegung der Komponente des Impulsmomentes parallel zum Feld bereits durch viel schwächere störende Felder außer Kraft gesetzt wird als die Festlegung der Ebene des elektrischen Mittelpunktes durch die Quantenzahl $\mathfrak{n}$. Es ist deshalb nicht ganz konsequent, wenn im besprochenen Buche die Diskussion der Polarisation der Starkeffektkomponenten auf eine Betrachtung der Änderungsmöglichkeiten der Quantenzahl n_3 basiert wird. Dies ist allerdings um so mehr zu entschuldigen, als *Bohr* selbst im Teil II seiner Arbeit in den Kopenhagener Akademieberichten diese nicht ganz konsequente Darstellung verwendet. Er hat sie jedoch später in seinem in der Zeitschrift für Physik veröffentlichten Berliner Vortrag berichtigt. In der Tat ist diese Polarisation in Wahrheit gar nicht an die Festlegung der Impulskomponente parallel dem Feld gebunden, sondern ebenso stabil wie die Festlegung der Ebene des elektrischen Mittelpunktes durch die Quantenzahl $\mathfrak{n}$. Aus einer Betrachtung der Bewegung ergibt sich nämlich auf Grund des Korrespondenzprinzips direkt, daß die Übergänge mit geradzahligen Werten der Sprünge der Summe $n + \mathfrak{n}$ von Haupt- und Nebenquantenzahl zu π-Komponenten, die Übergänge mit ungeradzahligen Werten der Sprünge dieser Summe zu σ-Komponenten Anlaß geben müssen.

Endlich sei noch ein Punkt erwähnt, der von geringerer Wichtigkeit ist als die bisher erwähnten. Der Verfasser bemerkt an einer Stelle, daß für den Fall des linearen harmonischen Oszillators mittlere Lebensdauer und klassische Abklingungszeit zahlenmäßig übereinstimmen. Es ist jedoch zu betonen, daß dies nur für den Quantenzustand mit $n = 1$ $(E = h\,\omega)$ zutrifft. Denn die klassische Abklingungszeit ist von der Amplitude der Schwingung, also von n unabhängig. Dagegen wächst die Übergangswahrscheinlichkeit A proportional mit dem Quadrat der Amplitude, also linear mit der Energie und mit n, so daß die mittlere Lebensdauer der verschiedenen Quantenzustände des Oszillators umgekehrt proportional zu n ist. Im Grenzfall großer Quantenzahlen sind also mittlere Lebensdauer und klassische Abklingungszeit sogar von verschiedener Größenordnung. Besonderen Schwierigkeiten begegnet man, wenn n so groß ist, daß die mittlere Lebensdauer von derselben Größenordnung wie die Schwingungsperiode $\frac{1}{\omega}$ des Oszillators wird. Diese Schwierigkeiten sind neuerdings von *Bohr* erörtert worden, und nach seiner Ansicht stößt man hier auf eine Gültigkeitsgrenze der Grundpostulate der Quantentheorie.

Wir möchten mit dem Wunsche schließen, daß die Buchwaldsche Broschüre einen so starken Anklang finden möge, daß bald eine zweite Auflage erforderlich wird, in der auch die erwähnten kleinen Unvollkommenheiten beseitigt werden können, die jedoch den hohen Wert des Buches kaum nennenswert beeinträchtigen können. Es sei hiermit nochmals sowohl dem Fachmann wie dem Studierenden, der tiefer in die Quantentheorie des Atombaues eindringen will, als willkommene Ergänzung des Sommerfeldschen Buches aufs wärmste empfohlen.

W. Pauli jr., Hamburg.

Zuschriften und vorläufige Mitteilungen.

Über den Polarisationszustand der Resonanzstrahlung und über seine Beeinflussung durch schwache magnetische Felder.

Die in der Überschrift genannten Erscheinungen wurden vor kurzem von *R. W. Wood* und *A. Ellet* (Proc. Roy. Soc. *103*, 396, 1923) eingehend untersucht. Hierbei wurden einige sehr wichtige Feststellungen gemacht, die von *Wood* und *Ellet* mit Recht als Anzeichen neuer magnetooptischer Effekte angesehen werden. *Darwin* gab auf Veranlassung von *Wood* eine Deutung für die Beobachtungen, die vor kurzer Zeit in dieser Zeitschrift von *Hanle* diskutiert wurden (Naturw. *11*, 690, 1923), der die Erscheinungen seinerseits als Zeemaneffekte ansprach. Es soll hier versucht werden, die Ergebnisse der Wood-Elletschen Versuche auf die Mitwirkung von Elektronenstößen zweiter Art zurückzuführen.

Die wichtigste, sehr unerwartete Feststellung von *Wood* und *Ellet* ist die Tatsache, daß die Resonanzstrahlung des Quecksilbers bei Erregung durch linear polarisiertes Licht unter geeigneten Bedingungen bis zu 90 %, also praktisch vollständig linear polarisiert

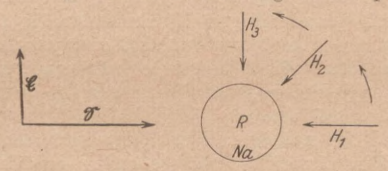


Fig. 1.

ist (Na maximal 30 %), und daß die Richtung und der Grad der Polarisation von der Orientierung der Magnetfelder zur Richtung des elektrischen Vektors der erregenden Primärstrahlung abhängt. Es seien hier noch einmal die von *Hanle* wiederholten schematischen Figuren *Woods* und *Ellets* reproduziert.

In Fig. 1 schwingt der elektrische Vektor $\mathfrak{E}$ der erregenden Strahlung in der Zeichnungsebene senkrecht, und das Magnetfeld wird in der Pfeilrichtung von H_1 über H_2 nach H_3 gedreht. Der elektrische Vektor der Resonanzstrahlung nimmt

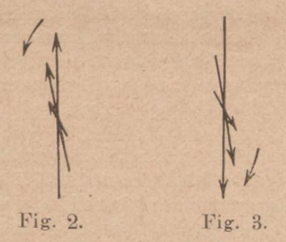


Fig. 2. Fig. 3.

bei Beobachtung senkrecht zur Zeichenebene beim Übergang von H_1 nach H_2 eine jeweils senkrecht zum Magnetfeld liegende Richtung und der Polarisationsgrad einen Wert an, der durch die Längen der Pfeile in Fig. 2 angedeutet ist. Wenn der Winkel des Magnetfeldes zur Richtung des elektrischen Vektors 45° beträgt, ist die Resonanzstrahlung unpolarisiert. Wenn das Feld weiter von H_2 nach H_3 gedreht wird, wird nach den Angaben von *Wood* und *Ellet* der Polarisationsgrad wieder größer, um schließlich bei H_3 denselben Wert und dieselbe Richtung zu haben, wie bei H_1. Über die Wirkungen der Übergänge zwischen H_2 und H_3 auf die Polarisationsrichtung sagen die Autoren nichts, und die von *Hanle* wiedergegebene Fig. 3 ist in der Originalarbeit nicht enthalten.

Wenn andererseits der elektrische Vektor der erregenden Primärstrahlung senkrecht zur Zeichenebene steht (Fig. 4), dreht sich die Schwingungsrichtung der Resonanzstrahlung bei der Veränderung des Magnetfeldes von H_1 nach H_3, so, daß sie immer senkrecht zum Magnetfeld steht. Die Fig. 5 von *Hanle* für diese Veränderlichkeit ist daher, entsprechend dem Original, in der hier wiedergegebenen Art zu korrigieren (Fig. 5). Der Polarisationsgrad bleibt bei der Drehung unverändert. Bei Beobachtung in Richtung des Magnetfeldes ist die Resonanzstrahlung bei Anwendung genügend starker Felder in allen Fällen unpolarisiert.

Diese Beobachtungen lassen sich nun, wie es scheint, leicht auf folgende Weise deuten, wenn wir zunächst aus dem vollkommenen Polarisationsgrad schließen, daß sich die absorbierenden Quecksilber- und Natriumatome der erregenden Strahlung gegenüber optisch isotrop verhalten. Jedenfalls befinden sich unter geeigneten Bedingungen *alle angeregten Atome*, wie auch ihre Lage vor der Erregung war, nachher in paralleler Orientierung, so daß die beim Zurückfallen emittierte Resonanz-

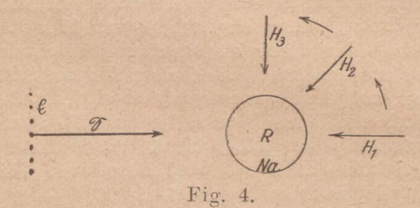


Fig. 4.

strahlung parallel mit der erregenden Strahlung schwingt. Die Ursache hierfür ist vollkommen unbekannt. Es ist nicht ausgeschlossen, daß der elektrische Vektor der erregenden Strahlung direkt richtend auf die Atome wirkt, ähnlich wie bei dem von mir aufgefundenen Strahlungseffekt, wo der elektrische Vektor der erregenden Strahlung dem lichtempfindlichen System eine bestimmte Richtung aufzwingt. Unabhängig von jeder theoretischen Erklärung scheint jedenfalls die Parallelorientierung der angeregten Atome durch die Versuche von *Wood* und *Ellet* experimentell bewiesen zu sein.

Dann wissen wir aber nach den thermodynamischen Folgerungen *Kleins* und *Rosselands* (Z. f. Physik 4, 46,



Fig. 5.

1914) aus den Versuchen von *Franck* und *Hertz*, daß sich ein Gleichgewichtszustand zwischen freien Elektronen und angeregten Atomen durch Elektronenstöße zweiter Art einstellen muß, der erst dann erreicht ist, wenn die Elektronen eine dem Anregungssprung entsprechende kinetische Energie angenommen haben, die bei Quecksilber z. B. 4,9 Volt betragen würde. Solche freien Elektronen sind nun immer in endlicher, wenn auch kleiner Menge in dem System vorhanden, und es ist eine notwendige Übertragung aus den Beobachtungen von *Wood*, daß die Elektronen, welche durch Stöße zweiter Art ihre kinetische Energie von lauter parallel orientierten angeregten Atomen erhalten, alle parallel mit dem elektrischen Vektor der erregenden Primärstrahlung fliegen. Es besteht also eine Korrespondenz

zwischen der Richtung des elektrischen Vektors der erregenden Strahlung, der Flugrichtung der Elektronen nach einem Zusammenstoß zweiter Art und der Schwingungsrichtung der bei einem sekundären Zusammenstoß erster Art auftretenden Resonanzstrahlung. Diese breitet sich also in dem Volumen nicht allein durch Absorption und Reemission aus, sondern auch durch Vermittlung von Elektronenstößen, und zwar ohne Vernichtung der ursprünglichen Polarisationsrichtung[1]).

Es scheint nun, daß die Wirkung des Magnetfeldes auf die Resonanzstrahlung sich im wesentlichen auf die freifliegenden Elektronen erstreckt, deren Bahnen sich verändern, so daß bei den dann folgenden Zusammenstößen erster Art die Resonanzstrahlung eine veränderte Schwingungsrichtung erhält. Die Bahn eines mit der Geschwindigkeit v geradlinig frei fliegenden Elektrons wird unter der Einwirkung eines Magnetfeldes H, welches mit der ursprünglichen Richtung des Elektrons den Winkel φ bildet, in eine Zylinderspirale umgewandelt, deren Achse mit dem Magnetfeld parallel ist, und deren Radius $r = \frac{v\,m \sin\varphi}{e\,H}$ ist. Wenn der elektrische Vektor der primären erregenden Strahlung, wie in Fig. 1, senkrecht schwingt, bewegen sich die Elektronen vor der Einwirkung des Feldes in derselben Richtung. Bei Anwendung des Feldes H_1 ($\varphi = 90°$)

Fig. 6.

beschreiben die Elektronen mehr oder weniger große Stücke einer Kreisbahn vom Radius $r = \frac{v\,m}{e\,H}$, und bei ihrem Zusammenstoß mit unangeregten Atomen erregen sie Resonanzstrahlungen, deren elektrische Vektoren parallel mit den Tangenten zu dieser Kreisbahn schwingen. Da diese senkrecht zum Feld liegt, wird in allen Richtungen senkrecht zum Feld vollkommen linear polarisiertes Licht beobachtet, während in der Feldrichtung die Strahlung unpolarisiert ist.

In der Fig. 6 sind die Projektionen der Spiralbahnen senkrecht zur Papierebene für die Winkel $\varphi = 67{,}5°$, $45°$, $22{,}5°$ eingetragen. Sie geben die Gesamtheit der Bahnstücke an, auf denen sich die Elektronen bewegen, und gleichzeitig die sämtlichen Schwingungsrichtungen, in denen die gestoßenen Atome senkrecht zur Papierebene Resonanzstrahlung emittieren. Da sie nicht mehr alle parallel liegen, ist der Polarisationsgrad nicht mehr 100%. Die Hauptschwingungskomponente liegt bei Winkeln $\varphi > 45°$ senkrecht zum Feld und bei Winkeln $\varphi < 45°$ in der Feldrichtung. Der Polarisationsgrad p selbst berechnet sich nach

$$p_{(\varphi > 45°)} = \frac{\sin^2\varphi - \cos^2\varphi}{\sin^2\varphi + \cos^2\varphi} = \sin^2\varphi - \cos^2\varphi$$

$$p_{(\varphi < 45°)} = \cos^2\varphi - \sin^2\varphi$$

Wir sehen also, daß p beim Drehen des Feldes von H_1 (90°) nach H_2 (45°) im Sinne der Fig. 2 von 1 bis 0 abnimmt und beim Weiterdrehen von H_2 (45°) nach H_3 (0°) wieder auf 100% anwächst. Die Richtung des elektrischen Vektors ist aber für $\varphi < 45°$ nicht durch die Fig. 3 nach *Hanle*, sondern durch die Fig. 7 gegeben[1]). Bei Parallelrichtung des elektrischen Vektors der erregenden Primärstrahlung und des Feldes findet keine Beeinflussung der Elektronen statt, und man findet dieselben Verhältnisse wie ohne Feld. In der Richtung des Magnetfeldes ist natürlich bei allen Werten von φ der Polarisationsgrad $= 0$.

Die anderen Beobachtungen *Woods* lassen sich gleichfalls durch Elektronenstöße zweiter Art einfach deuten. Hierzu gehört u. a. die Feststellung, daß die Depolarisierung der Resonanzstrahlung des Quecksilbers in Richtung eines schwachen Magnetfeldes nur in geringem Maße eintritt und erst bei stärkeren Feldern vollständig wird. Weiter die Tatsache, daß der praktisch vollkommene Polarisationszustand der Resonanzstrahlung nur in sehr verdünntem kalten Hg-Dampf zu beobachten ist, da die elektrischen Felder der Hg-Atome bei höheren Drucken die Richtung der freien Elektronen merklich beeinflussen. Dagegen sind der Grad und die Richtung der Polarisation, wie sie (übrigens auch mit der Deutung *Darwins*) nach Art der Fig. 7 zu erwarten sind, noch nicht experimentell beschrieben worden. Als eine weitere Konsequenz aus dem Vorkommen und Mitwirken freier Elektronen bei den Resonanzphänomenen folgt ihre bekannte Beeinflussung durch elektronenaffine Zusätze.

Fig. 7.

Falls der elektrische Vektor der erregenden Primärstrahlung wie in Fig. 4 senkrecht zur Papierebene schwingt, bewegen sich die Elektronen unter den Bedingungen der Fig. 4 immer auf Kreisbahnstücken, und die Schwingungsrichtung der Resonanzstrahlung ist bei gleichbleibenden p immer senkrecht zum Feld orientiert.

Die hier versuchte Deutung der Beobachtungen von *Wood* und *Ellet* scheint etwas einfacher zu sein, als die von *Darwin* und *Hanle* vorgeschlagenen. Sie ist der experimentellen Prüfung auf verschiedene Weisen zugänglich, über welche demnächst berichtet werden soll.

Leipzig, 19. November 1923. *Fritz Weigert.*

[1]) Es soll hier darauf hingewiesen werden, daß die *Elektronen*stöße, welche hier bei der Ausbreitung der Resonanzstrahlung diskutiert wurden, allein ausreichen, um auch die Erscheinungen der sensibilisierten Fluoreszenz zu deuten, die kürzlich von *Cario* und *Franck* (Z. f. Physik *9*, 254; *10*, 185; *11*, 161, 1922; *17*, 202, 1923) beschrieben wurden. Es ist hierfür nicht erforderlich, wirksame strahlenlose Zusammenstöße zwischen *neutralen* Atomen oder Molekülen anzunehmen. Ich konnte zeigen (Z. f. physik. Chemie *106*, 407, 1923), daß diese Vorstellungen bei einer Reihe von photochemischen Vorgängen zu Schwierigkeiten führen.

[1]) In der Fig. 7 sind die schiefen Pfeile nach Richtung und Länge ungenau gezeichnet.

Zoologische Mitteilungen.

„Willkürliche“ Flimmerbewegung bei Metazoen. (*H. Merton*, Biol. Zentralbl. *43*, 2, 1923.) *Merton* untersucht in dieser Arbeit die immer noch umstrittene Frage, ob bei Metazoen Flimmerepithelien existieren, deren Funktion von den Impulsen eines Nervensystems abhängig ist. Als Flimmerepithelien mit nervöser Regulation kommen in erster Linie solche mit intermittierender Tätigkeit in Betracht, während solche mit dauernder gleichmäßiger Tätigkeit wohl meist ohne nervöse Einwirkung funktionieren. *Merton* stellte seine Versuche in Helgoland an der Spionidenlarve Polydora an. Diese Borstenwurmlarve besitzt außer einer feinen Bewimperung der Körperoberfläche einen präoralen und einen perianalen Kranz von starken Wimpern, die nur von Zeit zu Zeit in Tätigkeit treten. Schon diese Beobachtung deutet auf eine „willkürliche“, d. h. nervöse Beeinflussung des Schlages der beiden Wimperkränze hin, da sie koordiniert und zweckmäßig, z. B. bei Überwindung von Hindernissen oder zur schnelleren Fortbewegung in Tätigkeit gesetzt werden, worauf sie wieder einige Zeit in Ruhe verharren. Wurden nun die Larven in eine Aufschwemmung von Curare (1 : 500) gebracht, so begannen die Wimpern unaufhörlich zu schlagen bis zum Tode des Tieres. Dieses hemmungslose Schlagen wurde bis zu 7¼ Stunden lang beobachtet. Umgekehrt gelang es in einer Strychninlösung (1 : 500) nach 40 bis 90 Minuten, beide Wimperkränze zu dauerndem Stillstand zu bringen. Die Strychninlösung wirkt stärker schädigend als Curare auf die Larven ein, sie kontrahieren sich sofort nach dem Einsetzen in die Lösung stark und gehen nach 4¼ Stunden unter Zerfall zugrunde. Diese Muskelkontraktion erfolgte hier also früher als der Stillstand der Wimpern, woraus hervorgeht, daß der Wimperschlag hier nicht mechanisch vom Kontraktionszustand der Muskulatur beeinflußt wird, wie dies von *A. G. Mayer* bei anderen planktonischen Flimmertieren beobachtet wurde. Die ständig schlagende kleine Körperbewimperung blieb im Strychnin im Gegensatz zu den beiden Wimperkränzen in dauernder Tätigkeit. Es gelang bei aufeinanderfolgender Anwendung von Curare — Strychnin — Curare, die Wimperkränze in Tätigkeit zu versetzen, anzuhalten und wieder von neuem zu beleben. Nach diesen Versuchen muß angenommen werden, daß die Gifte, die wahrscheinlich nicht direkt auf die Wimpern, sondern auf das Nervensystem einwirken, einmal (Curare) die *hemmende Tätigkeit* des Nervensystems aufheben und zum andern (Strychnin) diese Nerveneinwirkung noch verstärken. Ähnliche Beobachtungen an Veligerlarven bestätigten diese Annahme. „In beiden Fällen *schlägt ein bisher intermittierend tätiges Flimmerepithel unter veränderten Bedingungen — nämlich unter Ausschaltung des Nervensystems — unentwegt.* Nur die stärkere oder geringere Nerveneinwirkung ist bestimmend für die Tätigkeit dieser Flimmerepithelien, nicht aber der Kontraktionszustand des betreffenden Organs.“

Eine andere Arbeit *Mertons*, **Studien über Flimmerbewegung** (Pflügers Archiv *198*, 1, 1923), behandelt unter anderem ebenfalls den Einfluß des Nervensystems auf Flimmerbewegungen. *Merton* experimentierte hier vorwiegend mit Flimmerepithelien von Süßwasserschnecken, deren bewimperte Mundlappenränder sich für die Versuche über den nervösen Einfluß besonders eigneten, da sie nur zeitweise in Funktion treten. Wurde ein kleines Mundlappenstück herausgeschnitten, so schlugen dessen Wimpern nach einer halben Stunde ohne weitere Unterbrechung bis zum Zerfall des Gewebes. Bei einem ganzen abgeschnittenen Kopfstück trat dagegen das hemmungslose Schlagen erst nach einigen Stunden ein. Hieraus folgt, daß beim Auftreten von Absterbeerscheinungen irgendwelche, wahrscheinlich aber nervöse Hemmungen für den Wimperschlag fortfallen. Ein Zusammenhang des Wimperepithels mit dem Nervensystem ergab sich auch aus elektrischen Reizungen der zu den Mundlappen ziehenden Nerven, wobei die Wimpern sofort zu schlagen begannen und 1 bis 2 Sekunden nach Aufhören des Reizes ihre Tätigkeit wieder einstellten. Schlüsse auf die *Art* der Wirkung des Nervensystems konnten aus diesen Versuchen nicht gezogen werden, während die ersten Versuche auf eine hemmende Wirkung hindeuten. Im übrigen bringt die Arbeit noch Beobachtungen über verschiedene Arten von Flimmerbewegungen und über die Beeinflussung des Wimperschlages durch Salze ($CaCl_2$ läßt die Wimpern von Planorbis erstarren, KCl macht die Starre wieder rückgängig). Hervorzuheben sind noch die Versuche, die darauf abzielen, den in den Flimmerzellen selbsttätigen Mechanismus aufzudecken. Es gelang die Isolierung eines in unmittelbarer Beziehung zur Funktion der Wimpern stehenden Teiles der Flimmerzelle, des „Kinoplasmas“, aus dem sowohl die Wimpern selbst als auch das hypobasale Plasma der Zelle bestehen. An diesem Kinoplasma wurden sowohl Bewegungen als auch Anhaltspunkte für eine Polarität in der Richtung des Flimmerschlages wahrgenommen. Durch rhythmische Bewegungen im Kinoplasma (vielleicht auf Grund von Änderungen seines Quellungszustandes) kommt nach diesen Beobachtungen der autonome Flimmerschlag zustande. Ein näheres Eingehen auf diese interessanten Verhältnisse würde hier zu weit führen. *Baldus.*

Abhängigkeit des Verhaltens der Tiere von der Lage der Augen und der Pupillenform. (*G. Billard* und *P. Dodel*, Cpt. rend. des séances de la soc. de biol. Bd. *86*, Nr. 3, S. 153—154, 1922.) Man kann die Tiere in Jäger und Gejagte einteilen. Bei den Jägern liegen die Augen vorwärts am Kopfe und haben geringen Abstand voneinander; sie sind tief in die Höhlen eingebettet, die weiterhin noch von dorsalen Wülsten und von den sich seitlich anlagernden, mächtigen Kaumuskeln umgeben und vertieft werden können. So ist das binokulare Gesichtsfeld groß, das panoramische sehr eingeschränkt. Die Pupille ist bei den „auf Anstand liegenden“, lauernden Jägern aufrecht elliptisch, bei den im Laufen jagenden rund. Die Gejagten haben seitwärts liegende Augen mit sehr weitem Abstande, ihre Höhlen sind flach und werden weder durch Wülste noch durch die hier meist schwache Kaumuskulatur vertieft, so daß die Augen weit aus den Höhlen hervorragen. Das binokulare Gesichtsfeld ist demnach sehr klein oder fehlt ganz, das panoramische dagegen umfaßt beinahe den ganzen Horizont. So kann das gehetzte Tier gleichzeitig sehen, wohin es läuft, und dabei den Verfolger im Gesicht behalten. Bei den besten Läufern ist die Pupille wagerecht elliptisch, so daß auch sie zur Verbreiterung des Gesichtsfeldes beiträgt; schlechte Läufer dagegen, die sich mehr auf Listen verlegen, haben runde Pupillen. Der Frosch, gleichzeitig Jäger und Beutetier, hat frontale Augen wie die Jäger, aber sie stehen hervor und haben querelliptische Pupillen wie bei den Beutetieren.

Koehler.

Herausgeber und verantwortlicher Schriftleiter: Dr.-Ing. e. h. *Dr. Arnold Berliner*, Berlin W 9.
Verlag von Julius Springer in Berlin W 9. — Druck von H. S. Hermann & Co in Berlin SW 19.